

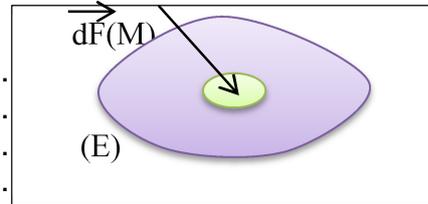
**Préparation au concours en SII**

3<sup>ème</sup> Partie : Statique : résumé du cours et extraits de concours

**Modélisation des A.M. - P.F.S.**

1- **But :**  
Etude des systèmes en équilibre.

2- **Modélisation des A.M. :**  
**a-modèle local :**



**b-modèle global :**

**c-centre de poussée :**

.....existence :.....

recherche :.....

**d-A.M à distance :**

▫ Exemple : AM de pesanteur ..... ..

▫ Centre d'inertie :

- Système discontinu :

- Système continu :

**e-A.M de contact :**

lois de coulomb : -  $\vec{V}_g \neq \vec{0}$

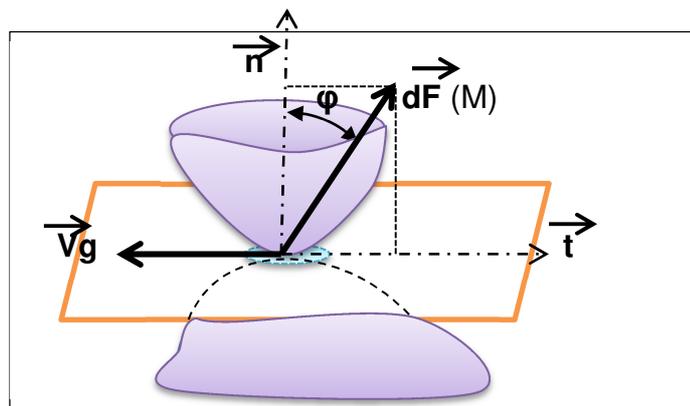
1- .....

2- .....

3- .....

f :..... -  $\vec{V}_g = \vec{0}$

f<sub>0</sub> :.....



**NB : équilibre strict : f = f<sub>0</sub>**

3- **P.F.S :**

a- Enoncé :

.....

b- Théorèmes généraux :

T.R.S :

.....==>.....

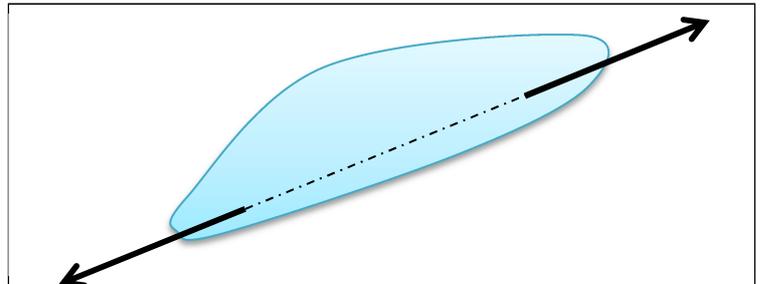
T.M.S :

.....==>.....

c- Cas des problèmes plans :

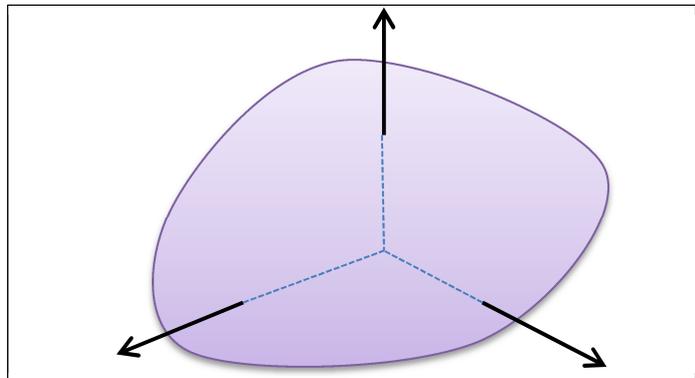
-Théorème de deux forces :

.....  
.....  
.....



-Théorème de trois forces :

- 1.....
- 2.....
- 3.....



4- Applications :

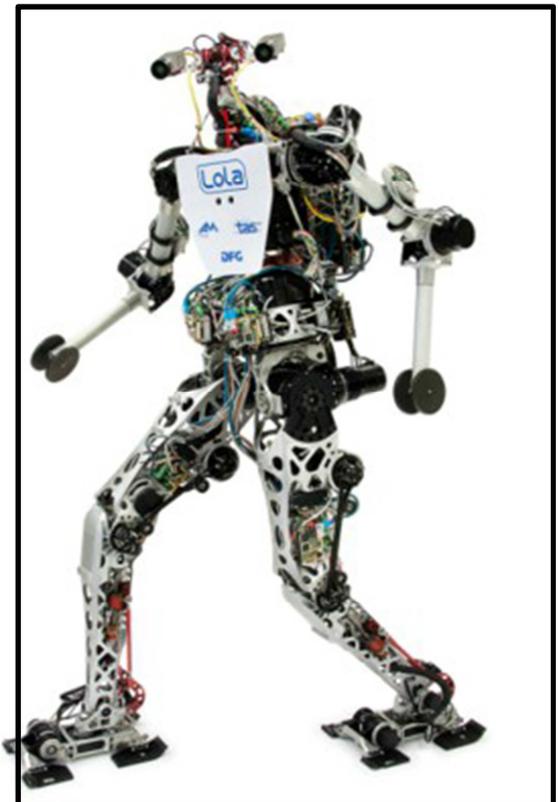
- Mines-ponts 2015
- CNC (2019,2016, 2014 , 2009 ,2008)
- CCP (2007.2019,2006)

1- Mines et ponts 2015 :

*Stabilité du robot : satisfaire l'exigence 1.3 :*

*Le robot ne doit pas basculer lors de la marche*

Le contact du pied sur le sol est modélisé sans frottement sur la figure 3



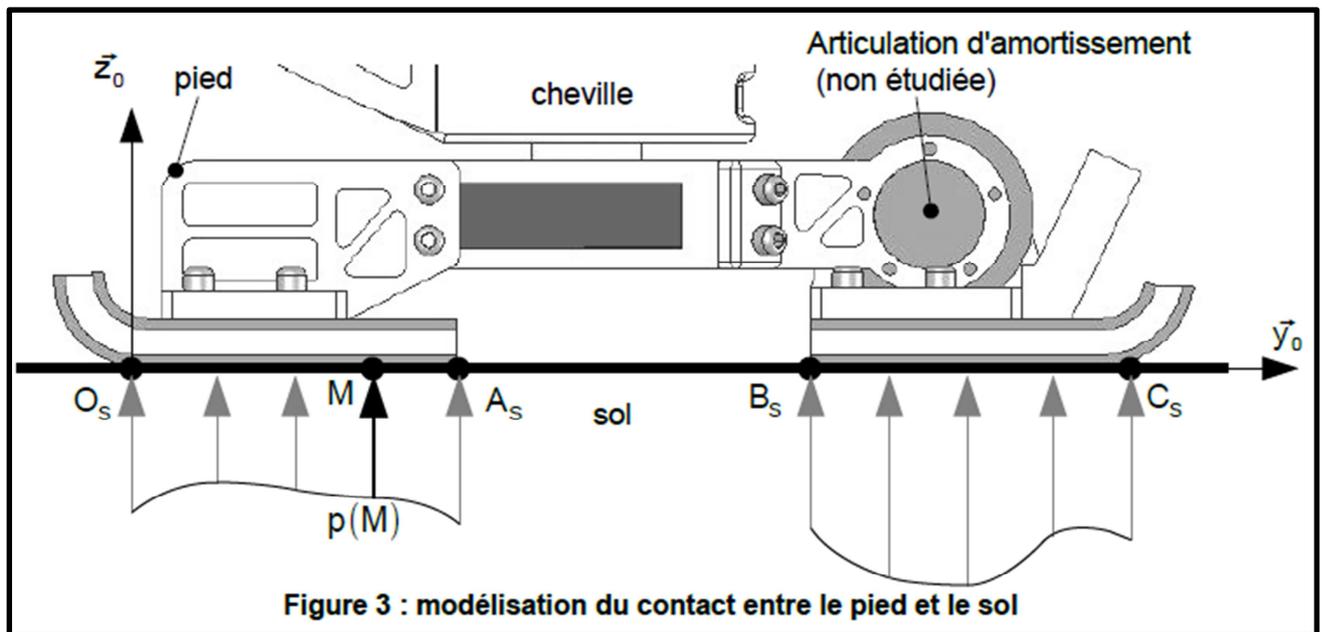


Figure 3 : modélisation du contact entre le pied et le sol

### 1. Modélisation de l'effort de contact entre le sol et le robot.

Sous la semelle du robot, la pression de contact avec le sol est supposée répartie de manière uniforme transversalement (suivant la direction  $\vec{x}_0$ ). Le problème se ramène donc à une répartition linéique de pression sur les deux segments de contact  $[O_s; A_s]$  et  $[B_s; C_s]$ . En chaque point  $M$  (d'ordonnée  $y$ ) de ces segments, la densité d'efforts de contact est  $p(M)\vec{z}_0$ , avec  $p(M)$  en  $N.m^{-2}$ . On notera que si le robot n'est pas équipé de semelles magnétiques ou adhésives, on a  $p(M) > 0$ . Ainsi, en notant  $b$  la largeur de la semelle suivant  $\vec{x}_0$  et  $\Sigma = [O_s; A_s] \cup [B_s; C_s]$ , le modèle global d'action mécanique de contact du sol sur le pied peut être donné par le torseur :

$$\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}} = b \int_{(M \in \Sigma)} p(M) \vec{z}_0 dy \\ \vec{M}(O_s, \text{sol} \rightarrow \text{pied}) = b \int_{(M \in \Sigma)} \vec{O_s M} \wedge p(M) \vec{z}_0 dy \end{array} \right.$$

#### Question 1 :

Montrer que  $\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\}$  est un glisseur.

Soit  $H_s$  le point de la droite  $(O_s, \vec{y}_0)$  tel que  $\vec{M}(H_s, \text{sol} \rightarrow \text{pied}) = \vec{0}$ , on notera  $\vec{O_s H_s} = Y_{H_s} \vec{y}_0$ . Ce point est fondamental en robotique humanoïde, il prend le nom de Zero Moment Point (ZMP) : de l'anglais « point de moment nul ».

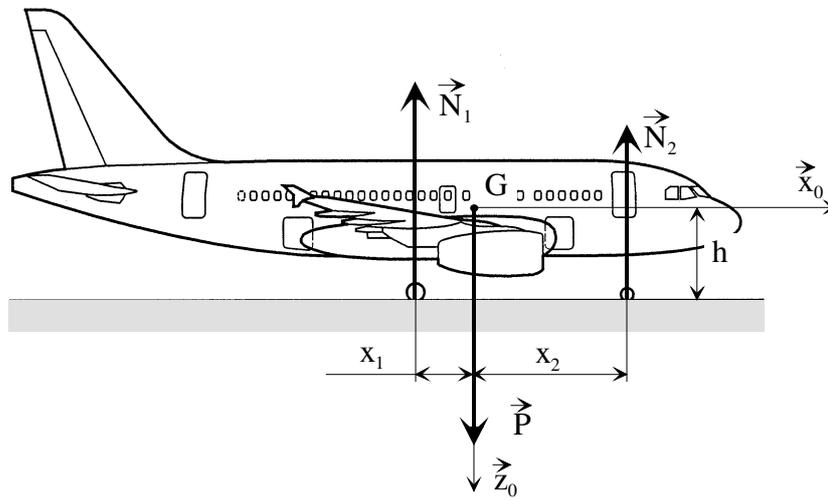
#### Question 2 :

Montrer que  $H_s \in [O_s; C_s]$ , c'est à-dire qu'il est situé sous le pied du robot.

### 2- CCP 2007 :

#### 1<sup>ère</sup> PARTIE : Freinage et décélération DE L'A318

On considère l'avion à l'arrêt sur la piste. On note  $G$  son centre de gravité,  $(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère galiléen où  $\vec{z}_0$  est la verticale descendante du lieu,  $\vec{N}_1$  les actions de contact supposées égales au niveau de chacune des quatre roues des trains principaux,  $\vec{N}_2$  l'action de contact au niveau du train avant.



**Figure 1**

On donne :

- masse de l'avion  $M = 60.10^3 \text{ kg}$  et  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$
- $x_1 = 2 \text{ m}$ ,  $x_2 = 8 \text{ m}$ ,  $h = 4 \text{ m}$
- diamètre des roues du train principal :  $D = 1 \text{ m}$
- coefficient d'adhérence pneu-piste  $f_0 = 1,5$ .

Les composantes des efforts seront exprimées en projection sur  $\vec{n} = -\vec{z}_0$ .

**Question 1-1** : Déterminer les expressions littérales et les valeurs numériques :

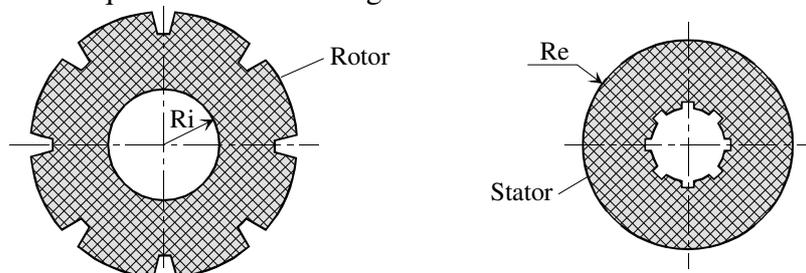
- a) des efforts normaux  $\vec{N}_1$  au niveau de chacune des quatre roues de l'atterrisseur principal,
- b) de l'effort normal  $\vec{N}_2$  au niveau du train avant.

**Question 1-2** : Les freins de parking bloquant les roues du train principal, déterminer la valeur limite de la composante tangentielle  $T_1$  au niveau de chaque roue conduisant au glissement des pneus sur la piste.

**Question 1-3** : En déduire la valeur du « couple minimal de freinage » que doivent exercer les freins de parking au niveau de chaque roue.

### 2<sup>ème</sup> PARTIE : Constitution des freins

Les disques de frein sont empilés les uns sur les autres, La moitié de ces disques est solidaire de la roue (ou jante) et tourne avec elle, ce sont les rotors ; l'autre moitié est solidaire de l'avion par l'intermédiaire de l'essieu et ne tourne pas, ce sont les stators. Ils sont montés en alternance. Ce sont ainsi les frottements des disques les uns sur les autres qui assurent le freinage.



Par mesure de sécurité, le dispositif de freinage est dédoublé sur chaque roue. Ainsi,  $2 \times N_p$  pistons sont montés sur chaque essieu (voir Figure 2) mais seulement  $N_p$  agissent simultanément sur les disques de frein, les  $N_p$  autres n'étant utilisés qu'en cas de défaillance du système de freinage principal.

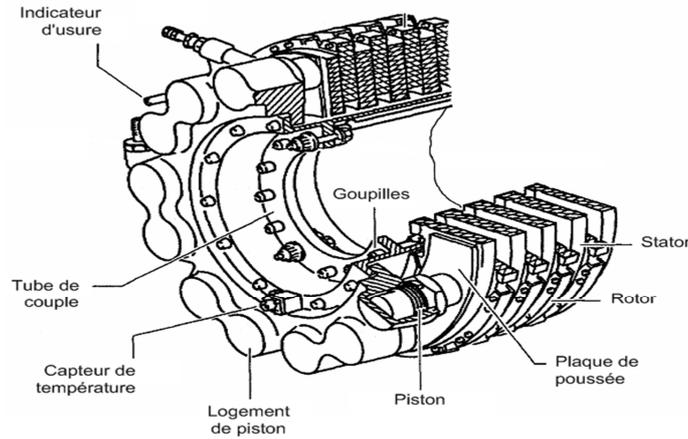


Figure 2

- $P_h$  : pression hydraulique d'alimentation des pistons,
- $p$  : pression supposée uniforme entre les deux faces des disques en contact,
- $S_p$  : section d'un piston,
- $N_p$  : nombre de pistons actifs,
- $N_d$  : nombre de disques (stator + rotor) par roue,
- $F$  : effort presseur délivré par l'ensemble des pistons actifs,
- $R_i$  et  $R_e$  : respectivement rayons intérieurs et extérieurs des parties actives des disques de friction,
- $f$  : coefficient de frottement de glissement entre les disques.

**Question 2-2 :** On désigne par  $V_a$  la vitesse de l'avion et on suppose aucun glissement des roues sur la piste. En déduire l'expression de la vitesse de glissement  $V_g$  des garnitures de friction en regard pour un point situé à la distance  $r$  de l'axe de la fusée.

**Question 2-3 :** Exprimer l'effort presseur  $F$  auquel est soumis chaque face des disques de friction en fonction de  $P_h$ ,  $S_p$  et  $N_p$ .

**Question 2-4 :** En déduire l'expression de la pression  $p$ , supposée uniforme, entre deux disques en contact.

On considère un élément de surface  $dS$  situé sur un rotor à une distance  $r$  ( $R_i < r < R_e$ ) de l'axe de la roue (voir Figure 3).

**Question 2-5 :** Démontrer, en s'aidant des indications de la Figure 3, que la contribution au couple de freinage de deux surfaces en regard est donnée par l'expression :

$$C = \frac{2}{3} \pi \cdot f \cdot p \cdot (R_e^3 - R_i^3)$$

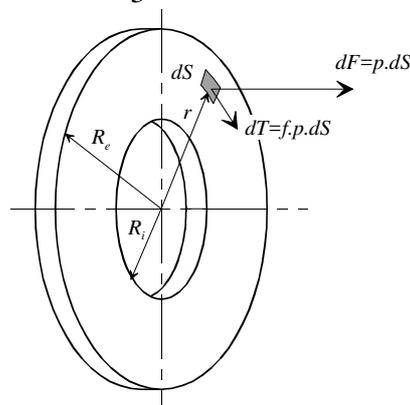


Figure 3

**Question 2-6 :** En déduire le couple total  $C_T$  exercé par les  $N_d$  disques du système de freinage d'une roue en fonction de  $P_h$  et des données géométriques et de frottement.

### 3- CNC 2008 : Etude du freinage :

La figure 6 montre le schéma cinématique de la solution retenue par le constructeur pour assurer :

- le guidage en rotation de la bobine et son entraînement par un moteur électrique au niveau de la poulée, au moyen d'une transmission par poulies et courroie ;
- le freinage de la bobine (frein à disque à commande pneumatique) pendant un arrêt d'urgence.

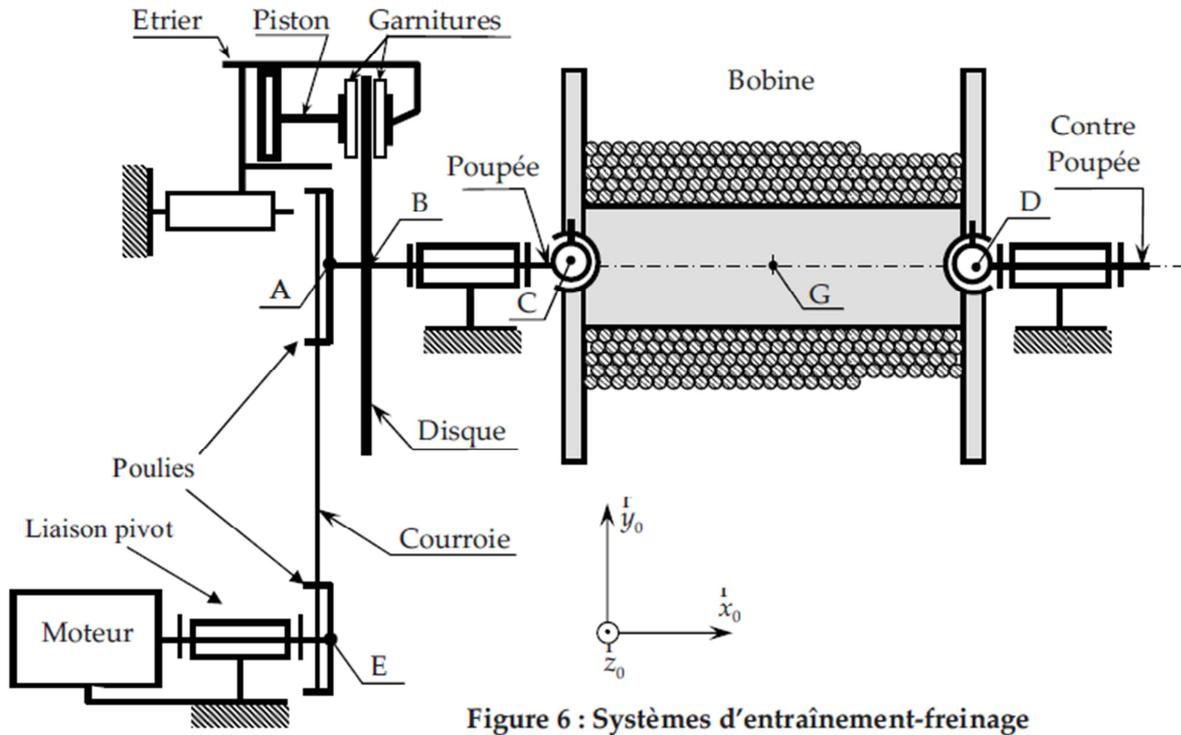


Figure 6 : Systèmes d'entraînement-freinage

Le système de freinage est constitué d'un disque en acier et de deux garnitures, solidaires du piston et de l'étrier, actionnées par un vérin pneumatique dont le montage est donné figure 6, pendant le freinage le disque est en contact avec les deux garnitures.

Le but de l'étude est de déterminer la pression dans le vérin pneumatique.

Le modèle retenu pour l'étude est donné sur la figure 11, le disque du frein est de rayon  $R_e$  et d'épaisseur  $e$ . Chaque garniture est schématisée par un secteur d'angle  $2\alpha$  et de longueur radiale :  $\lambda = R_e - R_i$ .

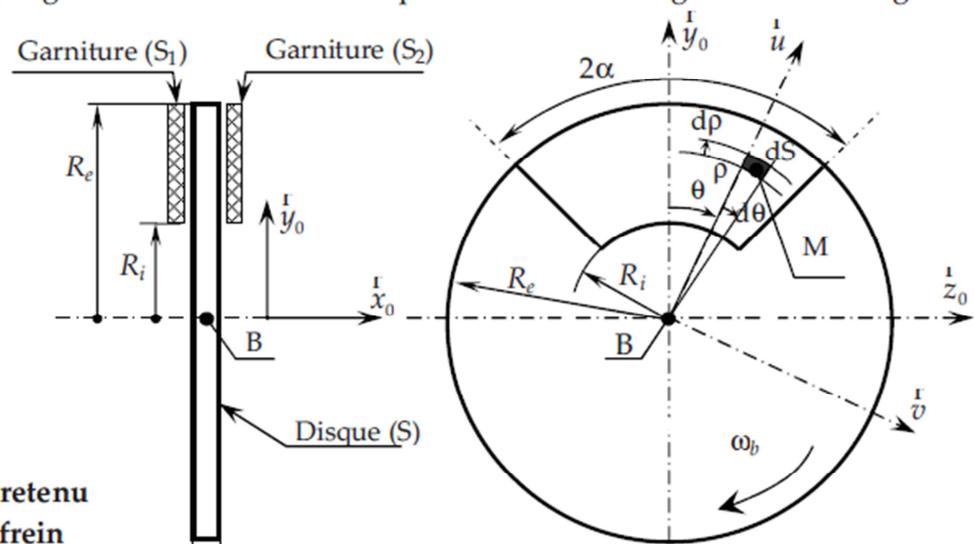


Figure 11 : Modèle retenu pour le frein

L'action mécanique exercée par la garniture  $S_1$  sur le disque de freinage  $S$  est modélisée en chaque point  $M$  de leurs surface de contact par la densité surfacique de force :

$$\vec{f}_M(S_1 \otimes S) = p \vec{x}_0 + q \vec{u} + r \vec{v}$$

avec :  $p$  pression supposée constante et  $(\vec{x}_0, \vec{u}, \vec{v})$  base orthonormé directe.

On donne :  $\frac{\text{MMR}}{BM} = -\frac{e}{2} \vec{x}_0 + r \vec{u}$  et  $f$ : facteur de frottement entre la garniture et le disque.

**Question 11 :** Donner la vitesse de glissement en  $M$  entre le disque  $S$  et la garniture  $S_1$  notée  $\vec{V}(M \hat{=} S/S_1)$ .

**Question 12 :** En appliquant les lois de coulomb relatives au frottement de glissement, montrer que  $q = 0$  et donner une relation entre  $p$ ,  $r$  et  $f$ .

**Question 13 :** Calculer la projection sur  $\vec{x}_0$  du moment global en  $B$  exercé par la garniture  $S_1$  sur le disque  $S$  noté  $\vec{x}_0 \cdot \vec{M}_B(S_1 \otimes S)$  en fonction de  $p$ ,  $f$ ,  $R_e$ ,  $R_i$  et  $a$ .

**Question 14 :** En déduire l'expression du module de couple de freinage  $C_f$ .

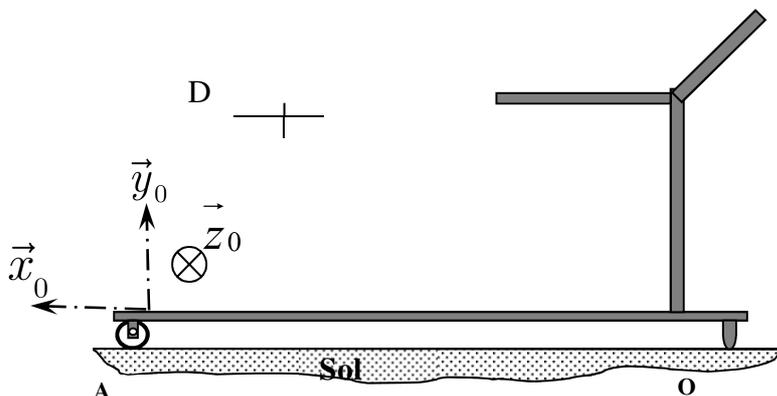
**Question 15 :** Donner la projection sur  $\vec{x}_0$  de l'effort global exercé par la garniture  $S_1$  sur le disque  $S$  noté  $\vec{x}_0 \cdot \vec{F}(S_1 \otimes S)$  en fonction de  $p$ ,  $R_e$ ,  $R_i$  et  $a$ .

#### 4- **CNC 2009 :** ETUDE STATIQUE DU CONTACT « APPAREIL – SOL »

Le contact entre l'appareil et le sol est réalisé grâce à deux galets et deux pieds. Notre étude vise à déterminer le coefficient de frottement minimal à assurer dans le contact « Appareil – Sol », pour éviter tout glissement sur le sol lors de sa mise en service.

On se placera dans le plan de symétrie vertical de l'appareil.

Le contact « Appareil - Sol » est modélisé par le schéma de la **figure 1**.



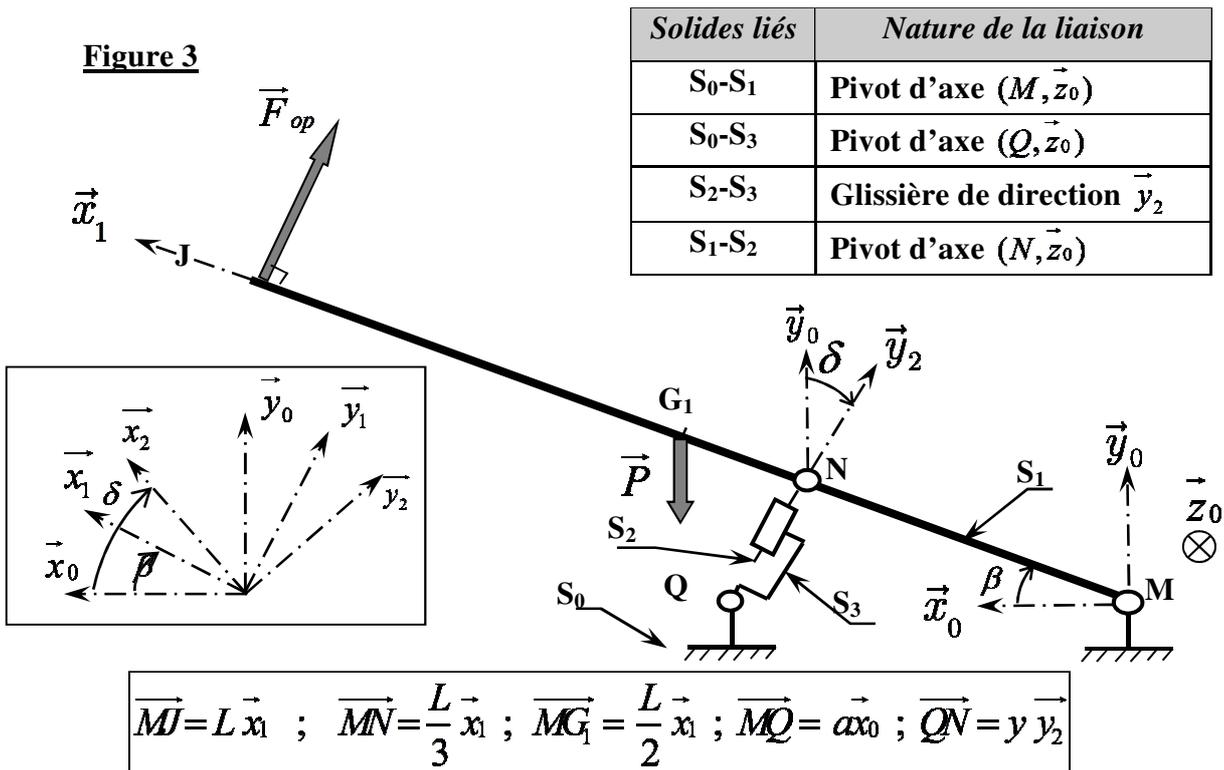
**Figure 1**

#### **Données et hypothèses de l'étude :**

- Le support est supposé horizontal.
- L'effort exercé par l'utilisateur sur l'appareil est modélisé, au point  $D$ , par le glisseur :  $\vec{F} = 80 \vec{x}_0 - 700 \vec{y}_0$  (En N)
- Le poids de l'appareil est  $\vec{P} = -400 \vec{y}_0$  (En N), passant par le point  $D$  ;
- Le contact en  $A$  est supposé parfait, celui en  $O$  est avec frottement.
- On notera la force en  $A$  du sol sur appareil :  $\vec{A}$  et celle en  $O$  :  $\vec{O}$



Pour des raisons de symétrie, l'étude sera effectuée dans le plan  $(M, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ , plan médian de l'appareil. Le schéma cinématique plan simplifié, est celui de la **figure 3**.



**Données et hypothèses de l'étude :**

- Le mécanisme est au repos ; avec  $\beta$  et  $\delta$  sont des données constantes ;
- L'effort exercé par l'opérateur est de module  $F_{op}$  ;
- Le poids du bloc pivotant S<sub>1</sub> est  $\vec{P}$ . Son centre de gravité est G<sub>1</sub>.
- Les poids des autres éléments sont négligés ;
- Toutes les liaisons sont parfaites ;

**N.B :** le mécanisme est plan, par conséquent le torseur statique de la liaison L<sub>ij</sub> réalisée entre les solide S<sub>i</sub> et S<sub>j</sub> lorsque cette liaison est pivot sera noté sous la forme :

$$\{i \rightarrow j\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i/j} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_{ij}} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(A_{ij}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

**Question 4 :**

- Dresser le schéma d'analyse du mécanisme ;
- Isoler l'ensemble  $E = (S_2 + S_3)$ , et en déduire :
  - La direction de la force  $\vec{R}_{1/2}$  ;
  - La relation entre  $X_{12}$ ,  $Y_{12}$  et  $\delta$  ;
- Isoler S<sub>1</sub> et écrire les 3 équations scalaires qui découlent du P.F.S (Réduire les torseurs au point M) ; Peut-on déterminer en fonction des données, les inconnues statiques de la liaison L<sub>01</sub>? Justifier.

## 5- CNC 2016 : Etude du système de freinage :

### Frein à manque de courant :

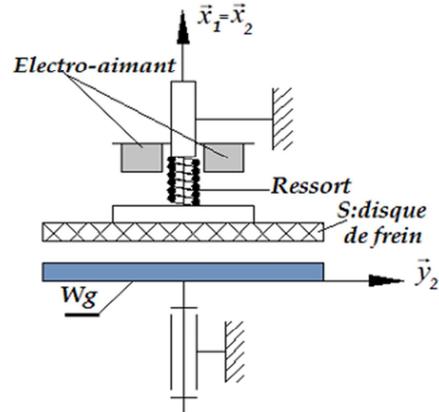
Le schéma ci-contre (en position intermédiaire) précise le modèle retenu pour le frein à manque de courant.

Dans le cas du frein à manque de courant, c'est la non alimentation du frein et du moteur qui provoque le freinage.

L'électro-aimant est sous tension. Par action d'un champ magnétique, le disque est attiré vers l'électro-aimant.

Lorsque l'électro-aimant n'est pas alimenté le contact entre le disque de frein et un disque lié à l'axe d'entrée du réducteur est rétabli par l'intermédiaire de l'action du ressort.

**Figure 7 :** Schéma cinématique du frein

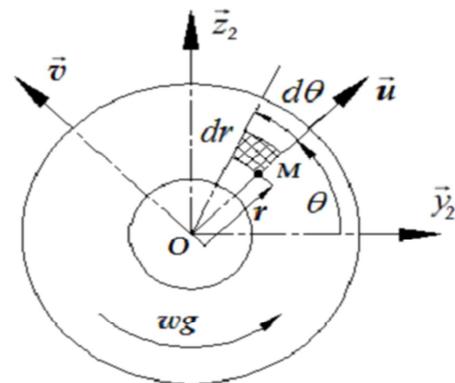


L'avantage de ce procédé réside dans le fait que le freinage est toujours assuré, même en cas de coupure d'énergie. C'est la raison pour laquelle ce procédé est fortement conseillé lorsque la sécurité est prépondérante.

L'action mécanique exercée par le disque de frein (S) sur le plateau (Wg) est modélisée, en chaque point M de la surface de contact, par la densité surfacique de contact

$$\vec{f}_M(S/Wg) = -p.\vec{x}_2 + \vec{t}_M(S/Wg)$$

- P : Pression normale uniforme de contact S/Wg.  $f$  : coefficient de frottement.
- $\vec{t}_M(S/Wg)$  : Pression tangentielle de contact S/Wg.
- La surface de contact est modélisée géométriquement par un disque creux de rayon intérieur  $R_i$  et de rayon extérieur  $R_e$ .
- La base  $(\vec{x}_2, \vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormée directe.  $q = (\vec{y}_2, \vec{u}) = (\vec{z}_2, \vec{v})$ . On donne  $\vec{OM} = r.\vec{u}$ .  $\theta = (\vec{y}_2, \vec{u}) = (\vec{z}_2, \vec{v})$   
 $\vec{OM} = r.\vec{u}$  **3 :**



**Figure 8 :** Modélisation de la surface de contact

- 1- Exprimer la vitesse du point M :  $\vec{V}_M(Wg/S)$
- 2- En utilisant les lois de coulomb, déterminer en fonction de  $P$  et  $f$  l'expression de :  $\vec{t}_M(S/Wg)$  :
- 3- Exprimer le modèle local en M de l'action de (S) sur (Wg).
- 4- Exprimer le moment global en O de l'action de (S) sur (Wg) projeté sur l'axe  $\vec{x}_2$

Noté :  $C_f = \vec{x}_2 \cdot \vec{M}_O \{S \rightarrow Wg\}$

## 6- CNC 2017 :

### II-1 Etude de l'exigence « Maintien en position » de la plate-forme

Le robot représenté par le schéma cinématique de la **figure ci-contre** est constitué des solides indéformables **(S<sub>1</sub>)**, **(S<sub>7</sub>)** et **(S<sub>8</sub>)**. L'étude se fera dans la phase de travail de l'outil, la plate-forme est fixe, le **frein (35)** est en **action**. On se place dans le cas le plus défavorable tel que l'outil effectue un travail de ponçage d'une zone située au plafond. Le manipulateur est déployé verticalement ses constituants sont quasiment fixes.

Pour les données et le paramétrage, on prendra :

$$\vec{O}_8 \vec{G}_8 = c_8 \vec{x}_1 + d_8 \vec{z}_1 \quad (c_8, d_8 \text{ constantes})$$

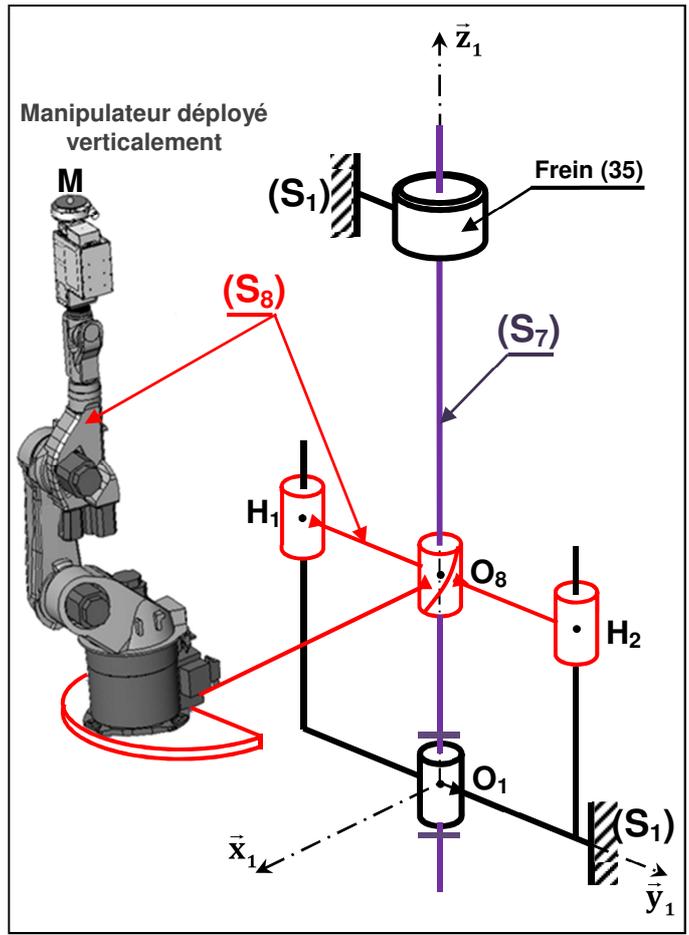
\* Le torseur de l'action mécanique de liaison de **(S<sub>7</sub>)** sur **(S<sub>8</sub>)** sera noté :

$$\{\tau(S_7 \rightarrow S_8)\} = \begin{Bmatrix} X_{78} \vec{x}_1 + Y_{78} \vec{y}_1 + Z_{78} \vec{z}_1 \\ L_{78} \vec{x}_1 + M_{78} \vec{y}_1 - pZ_{78} \vec{z}_1 \end{Bmatrix}_{O_8}$$

\* L'action mécanique du **frein (35)** sur le solide **(S<sub>7</sub>)** est représentée par un torseur couple de moment  $-C_f \vec{z}_1$ .

\* L'action mécanique du **plafond** sur le solide **(S<sub>8</sub>)** de masse **M<sub>8</sub>** au point **M** est représentée par le torseur:

$$\{\tau(\text{plafond} \rightarrow S_8)\} = \begin{Bmatrix} X \vec{x}_1 + Y \vec{y}_1 - F \vec{z}_1 \\ \vec{M}_M(\text{plafond} \rightarrow S_8) \end{Bmatrix}_M$$



La démarche de résolution qu'on vous propose vise à valider le cahier des charges en termes de choix du frein (35).

#### ➤ **Question :**

- Tracer le schéma d'analyse du système
- Ecrire le principe fondamental de la statique appliqué au solide **(S<sub>8</sub>)**.
- Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique au solide **(S<sub>8</sub>)** en projection sur  $\vec{z}_1$ .
- Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème du moment statique au point **O<sub>8</sub>** au solide **(S<sub>7</sub>)** en projection sur  $\vec{z}_1$ .
- Déterminer alors le couple de freinage  $C_f$  en fonction de  $M_8$ ,  $g$ ,  $F$  et  $p$ .

### II-2 Etude statique d'un stabilisateur :Exigence « Adhérence »

L'objet de cette étude est de déterminer le coefficient de frottement minimal entre le bras **(8)** du stabilisateur et le rail **(5)** pour respecter des contraintes de sécurité et limiter la consommation énergétique, la solution retenue doit assurer que le stabilisateur, une fois déployé, remplit sa fonction d'appui sur le sol sans que soit mis à contribution l'effort de sortie de la tige du vérin. Le stabilisateur est représenté par le schéma cinématique plan du **document réponse DR4** en position complètement sorti. Le vérin **(10)** d'après ce qui précède n'intervient pas pendant cette phase, il n'est donc pas représenté.

Le problème est supposé plan donc le torseur d'action mécanique dans une liaison pivot parfaite

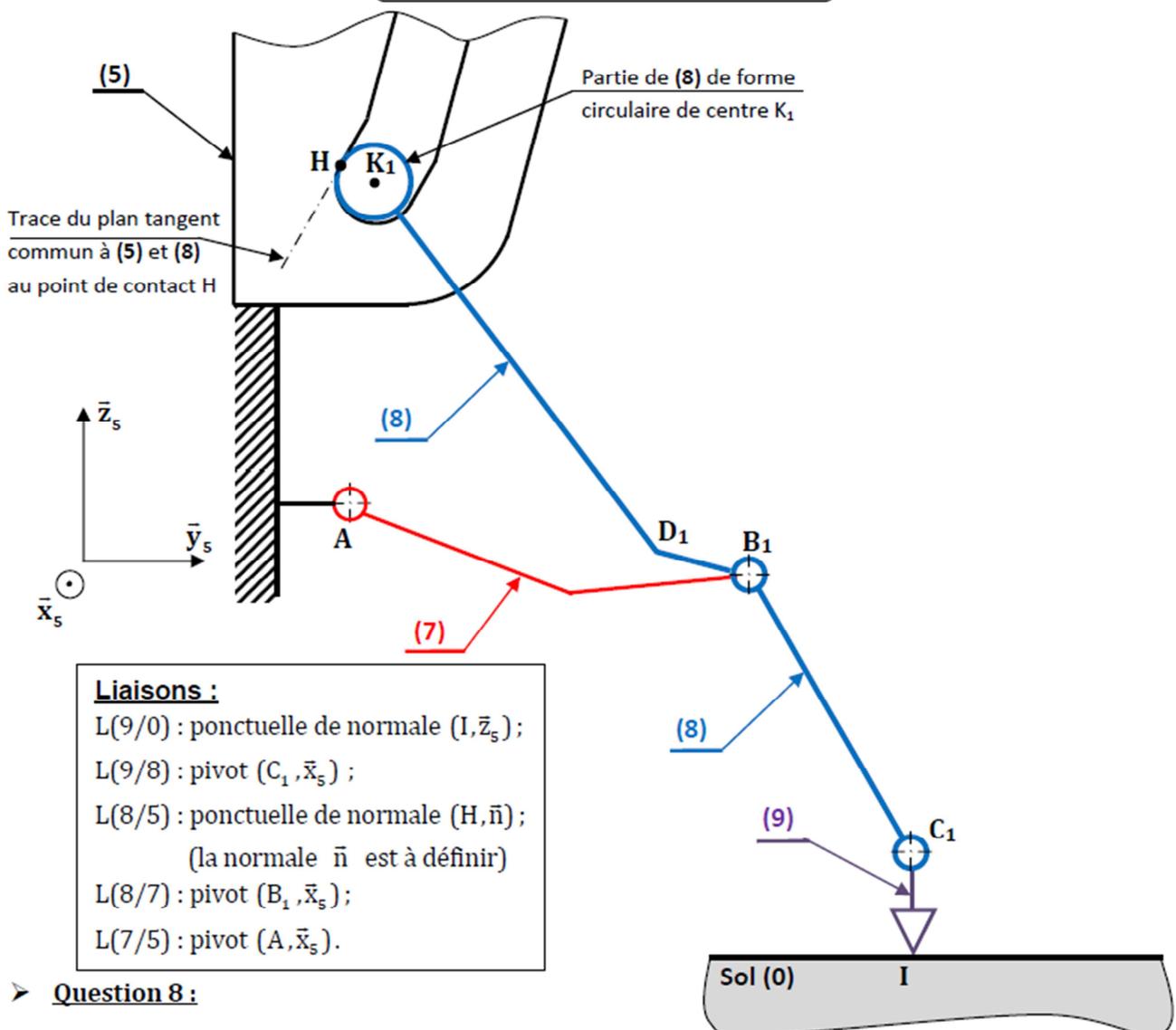
$(M_{ij}, \bar{x}_5)$  entre deux solides (i) et (j) sera noté :  $\{\tau(i \rightarrow j)\} = \left\{ \begin{matrix} \bar{R}(i \rightarrow j) \\ \bar{0} \end{matrix} \right\}_{M_{ij}}$ . Toutes les liaisons sont

parfaites sauf la liaison ponctuelle au point H entre (8) et (5). On néglige l'action de pesanteur sur l'ensemble des pièces du stabilisateur et on note  $f$  le coefficient de frottement entre (8) et (5).

➤ **Question 8 :** On répondra directement sur le document réponse DR4.

- Quelles sont les informations qu'on obtient en étudiant l'équilibre de la biellette (7) ?
- Etudier graphiquement l'équilibre de l'ensemble  $\Sigma = \{8, 9\}$ . En déduire la direction de  $\bar{R}(5 \rightarrow 8)$ .
- Quelle est alors la valeur du coefficient de frottement minimal  $f_{\min}$  entre (8) et (5) pour garantir le non glissement de (8) par rapport à (5) ?

**Document réponse DR4**



➤ **Question 8 :**

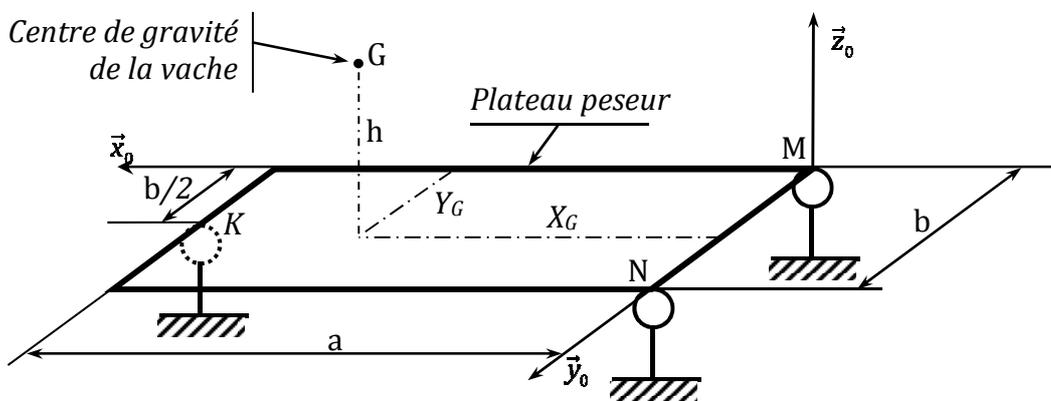
**CNC 2014 : Etude de l'exigence : "Id 1.3.2" « Peser la vache »**

Lors de son entrée dans le box, une série de mesures préliminaires est initiée afin de calculer la nouvelle position du centre de gravité de la vache. Cette information est alors transmise au robot qui en déduit les positions des trayons à atteindre.

Lors de la traite, la vache dans le box est placée sur un plateau peseur. Ce plateau repose sur trois capteurs de charge, un à l'avant noté K, et deux à l'arrière notés M et N. Ces capteurs de charge sont modélisés par des appuis ponctuels parfaits (voir **figure 6**).

Le poids de la vache est noté  $\vec{P} = -P \cdot \vec{z}_0$ , le poids du plateau peseur est négligeable.

On note G, le centre de gravité de la vache, tel que :  $\vec{MG} = X_G \cdot \vec{x}_0 + Y_G \cdot \vec{y}_0 + h \cdot \vec{z}_0$  (h étant une constante connue). Les distances a, b sont connues (a = 2,5 m et b = 1 m).



**Figure 6 : Structure du plateau**

À l'occasion de l'entrée d'une vache, les capteurs de charge du plateau peseur renvoient les mesures :  $C_{pK} = 264 \text{ daN}$ ,  $C_{pM} = 108 \text{ daN}$  et  $C_{pN} = 228 \text{ daN}$ . On notera le torseur des actions mécaniques du bâti 0 sur le plateau en un point P et dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  comme suit :

$$\{T_p(0 \rightarrow \text{plat.})\} = \begin{Bmatrix} X_p & L_p \\ Y_p & M_p \\ Z_p & N_p \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

- Question 1:**
- a) Ecrire les équations issues de l'application du principe fondamental de la statique à l'ensemble  $E=(\text{plateau+vache})$  au point M.
  - b) Déduire le poids P de la vache et les coordonnées  $X_G$  et  $Y_G$  de son centre de gravité G, en fonction des données, faire ensuite l'application numérique.

**- Etude du guidage en translation du chariot 1**

Le guidage en translation du chariot (1) du bras de robot sur le bâti (0) est réalisé à l'aide de galets (voir photo **figure 1**). Pour éviter tout risque de coincement au niveau du guidage, on cherche à valider les dimensions de la structure du guidage.

Dans un souci de simplification et vu la nature du chargement, on modélise le comportement du chariot par le schéma de la **figure R4** du **document-réponse DR3** page 22/24.

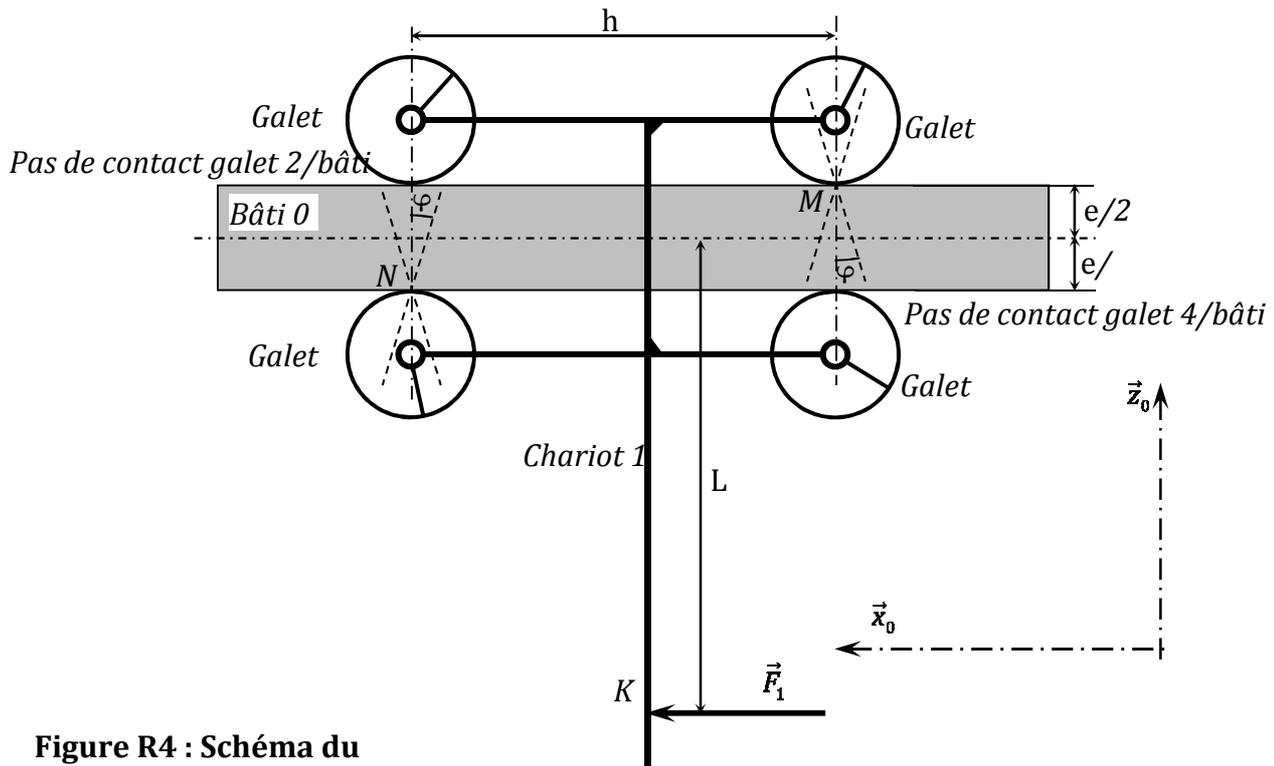
On suppose que :

- Le problème est plan.
- Le coefficient de frottement galets-bâti est :  $f = \tan\varphi = 0,15$ .
- Les poids du chariot (1) et des galets ne sont pas pris en compte.
- Le jeu est suffisant pour considérer que **seuls les galets 1 et 3** sont en contacts ponctuels, de normales respectives  $(M, \vec{z}_0)$  et  $(N, \vec{z}_0)$ , avec le bâti (0).
- Le vérin  $V_1$  exerce une force motrice  $\vec{F}_1 = F_1 \cdot \vec{x}_0$  sur le chariot 1 au point K.

Le système isolé est l'ensemble  $E = \{\text{chariot 1} + \text{les 4 galets}\}$ .

Les constructions graphiques doivent être réalisées sur la **figure R4** du **document-réponse DR3** et les justifications sur votre copie.

- Question2:**
- En se plaçant à la limite de glissement et à la lumière des lois de Coulomb, tracer en justifiant, les supports des actions mécaniques du bâti (0) sur l'ensemble (E) en M et N.
  - Déterminer graphiquement la position limite  $L_{lim}$  du point K qui assure l'équilibre strict (limite) de l'ensemble (E).
  - A l'aide d'une analyse géométrique, déterminer  $L_{lim}$  en fonction de  $f$  et des données.
  - Donner la condition sur la distance L pour éviter tout risque de coincement (arc-boutement) du chariot 1 par rapport au bâti (0). Justifier.



**Figure R4 : Schéma du guidage du chariot**

Le schéma cinématique simplifié de l'unité de serrage représenté sur la **figure 7**.  
Le mécanisme est constitué des éléments suivants :

- Colonne de guidage liée au bâti (0) :  
Le repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au bâti (0) est supposé galiléen.
- Vis 12 : en liaison pivot d'axe  $(O_2, \vec{y}_0)$  avec la colonne (0).
- Ensemble supérieur ES={6,7,Ps} (Aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble ES) : en liaison glissière de direction  $\vec{y}_0$  avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à droite et de pas  $p$  d'axe  $(N_2, \vec{y}_0)$  avec la vis (12).
- Ensemble inférieur Ei={8,Pi} (Aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble Ei) : en liaison glissière de direction  $\vec{y}_0$  avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à gauche et de pas  $p$ , d'axe  $(N_1, \vec{y}_0)$  avec la vis (12).

On donne :

- $\vec{O_0N_1} = d \cdot \vec{x}_0 - y(t) \cdot \vec{y}_0$
- $\vec{O_0N_2} = d \cdot \vec{x}_0 + y(t) \cdot \vec{y}_0$

Les deux liaisons hélicoïdales ont le même pas :  $p=5\text{mm}$ .

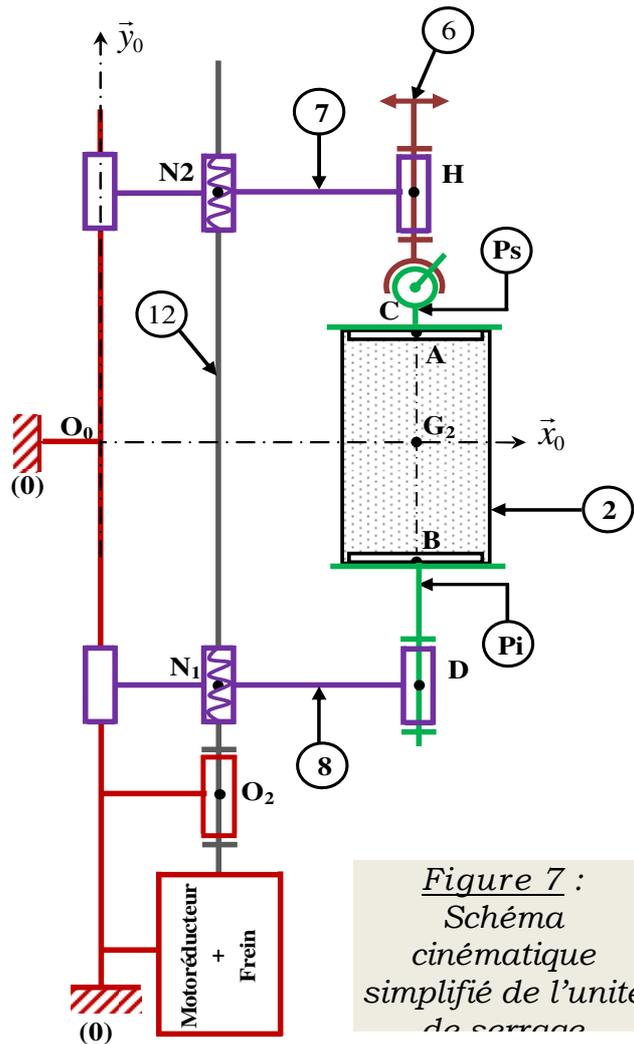


Figure 7 :  
Schéma  
cinématique  
simplifié de l'unité  
de serrage

Etude statique : Calcul du couple de freinage pour maintenir le pot.

Le pot de peinture est de masse  $M$  et de centre d'inertie  $G_2$ , les autres solides seront considérés de masses négligeables.

On donne  **$M=40\text{kg}$**  (masse maximale supportée par la machine).

Modélisation des actions mécaniques :

- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau supérieur (6s) et le pot de peinture (2)

seront modélisées par le torseur suivant  $\left\{ \tau_{(2 \rightarrow Ps)} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_s \\ \vec{M}_s \end{matrix} \right\}_A$ , avec  $\vec{R}_s \cdot \vec{y}_0 = N_s$ , tel

que :  **$N_s=450\text{N}$** .

- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau inférieur (6i) et le pot de peinture (2)

seront modélisées par le torseur suivant  $\left\{ \tau_{(Pi \rightarrow 2)} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_i \\ \vec{M}_i \end{matrix} \right\}_B$ , avec  $\vec{R}_i \cdot \vec{y}_0 = N_i > 0$ .

✓ L'action mécanique du **frein** sur la vis (**12**) est représentée par le torseur suivant

$$\{\tau_{(frein \rightarrow 12)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{M}_{O_2(frein \rightarrow 12)} = -C_f \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{O_2}$$

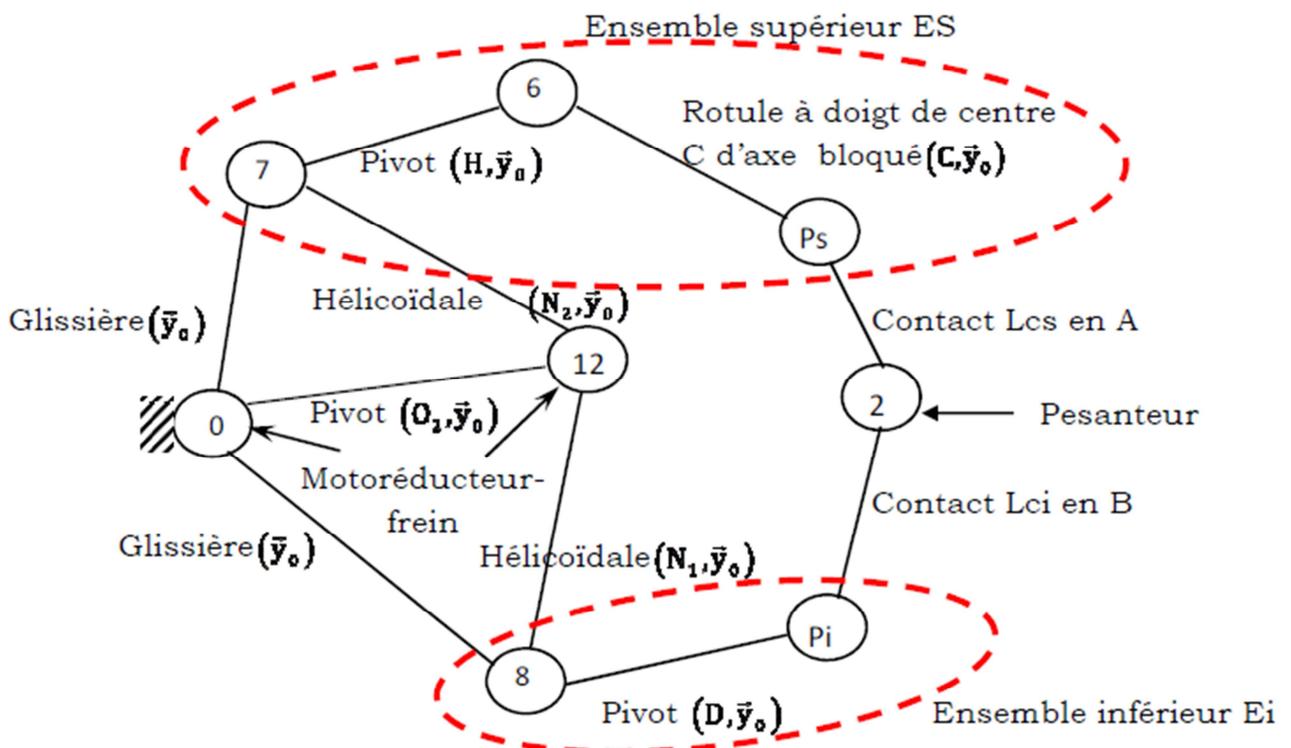
motoréducteur. Le dispositif de freinage permet un couple maxi de **300Nmm sur l'axe moteur**.

✓ L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ , avec  $g = 10 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

**Notation préconisée** : On utilisera l'écriture suivante pour les torseurs des actions mécaniques transmissibles du solide  $i$  au solide  $j$  :

$$\{\tau(i \rightarrow j)\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Grphe d'analyse des actions mécaniques :



Rq : Le contact Lcj est un contact linéique circulaire entre 2 et Pj, avec  $j = \{i, s\}$ .

**Q1.** Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Es (7+6+Ps) en projection sur  $\vec{y}_0$ . Déduire l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Ei (8+Pi) en projection sur  $\vec{y}_0$ .

**Q2.** Isoler le pot (2), puis déterminer l'expression de l'effort  $N_i$  en fonction de  $M$ ,  $g$  et  $N_s$ .

**Q3.** En appliquant le théorème du moment statique à la vis (12) en  $O_2$  en projection sur  $\vec{y}_0$ , déterminer l'expression du couple de freinage  $C_f$  en fonction de  $p$ ,  $M$ ,  $g$  et  $N_s$ .

**Q4.** Faire l'application numérique. Le maintien du freinage est-il assuré ?

## **ECHELLE PIVOTANTE AUTOMATIQUE A COMMANDE SEQUENTIELLE. E.P.A.S. « d'après concours ccp »**

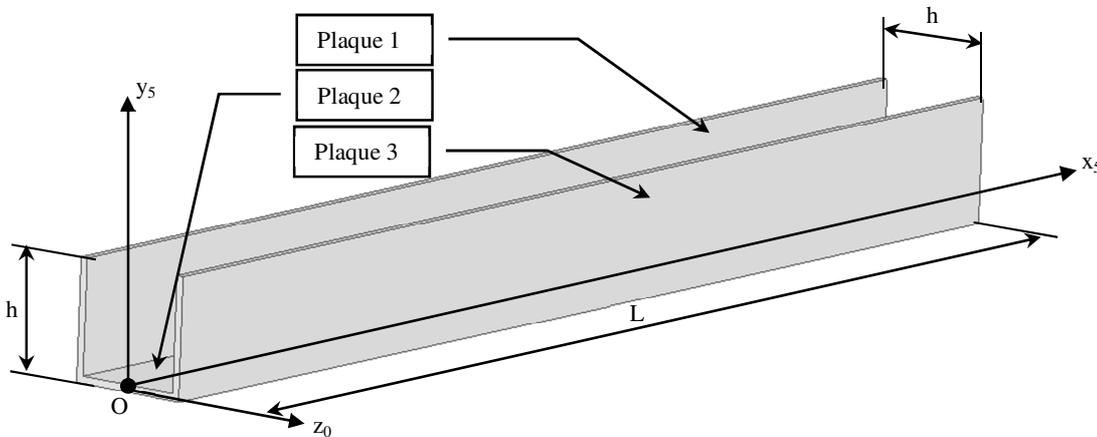
### **- PRESENTATION :**

Une *E.P.A.S.* est un système conçu et commercialisé par la société CAMIVA, monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard le plus rapidement possible et en toute sécurité.



### **- GEOMETRIE DU PARC ECHELLE.**

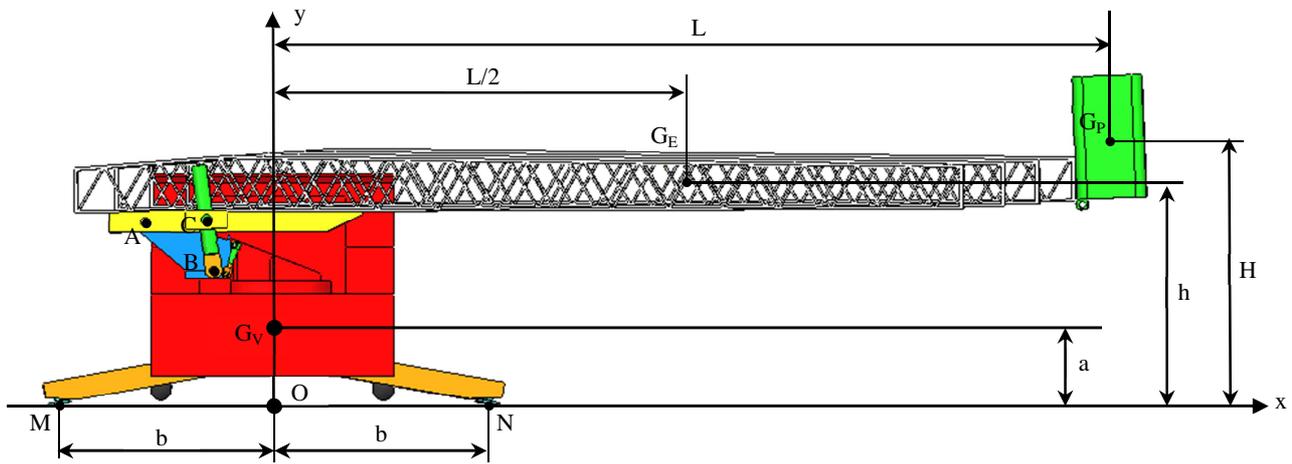
Dans une première approche, on modélisera le parc échelle par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur  $L$  et de largeur  $h$ . Chaque plaque a une masse notée  $m$ .



**Question 1 :** Déterminer le vecteur position  $\overrightarrow{OG}$  du centre de gravité  $G$  du parc échelle.

### **- ETUDE DE LA STABILITE DU VEHICULE PORTEUR :**

Le véhicule porteur de l'*E.P.A.S.* doit être équipé de stabilisateurs. Une fois en place, les stabilisateurs le soulèvent, afin qu'il ne repose plus sur les roues (les roues touchent le sol mais ne supportent aucun poids) : le mouvement des suspensions du véhicule mettrait en danger sa stabilité. L'objet de cette partie est de déterminer la longueur de déploiement maximale que le système de sécurité pourra autoriser.



Le véhicule est dans la configuration de la figure précédente :

- Parc échelle horizontale.
- Stabilisateurs sortis au maximum.
- Charge maximale dans la plate-forme.

Le problème sera traité en statique plane dans le plan  $(O, x, y)$  de la figure précédente.

Les efforts pris en compte sont :

- Les actions de pesanteur sur chaque élément.

Elément	Centre d'inertie	Masse	
Véhicule + charge utile	$G_V$	$m_V$	$\overrightarrow{OG_V} = a \cdot \vec{y}$
Parc échelle	$G_E$	$m_E$	$\overrightarrow{OG_E} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{y}$
Plate-forme + charge utile	$G_P$	$m_P$	$\overrightarrow{OG_P} = L \cdot \vec{x} + H \cdot \vec{y}$

- Les actions de contact de la route sur les stabilisateurs.

Ces actions seront modélisées par des glisseurs passant l'un par M, tel que  $\overrightarrow{OM} = -b \cdot \vec{x}$  et l'autre par N tel que  $\overrightarrow{ON} = b \cdot \vec{x}$

Les résultantes de ces glisseurs seront notées respectivement :

$$\vec{R}_M = X_M \cdot \vec{x} + Y_M \cdot \vec{y} \quad \text{et} \quad \vec{R}_N = X_N \cdot \vec{x} + Y_N \cdot \vec{y}$$

### Question 2 :

a- Ecrire sans développer le calcul, l'expression du principe fondamental de la statique au système en équilibre.

b- Exprimer le théorème du moment statique à l'ensemble projeté suivant  $(N, \vec{z}_0)$

c- La condition de non basculement de l'ensemble est que la réaction normale du contact avec le sol en M soit positive : Exprimez la condition de non basculement de l'ensemble.

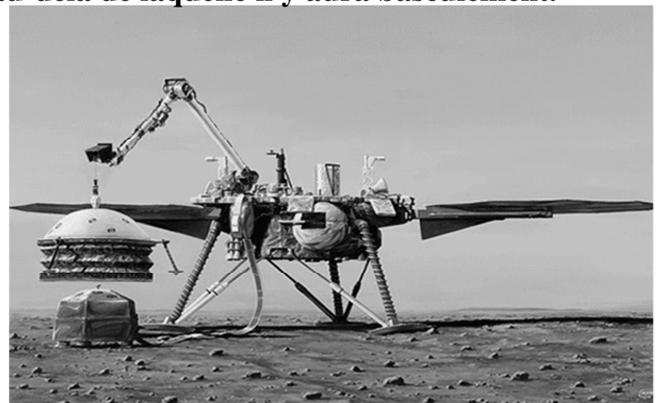
d- Calculez la longueur  $L_{\max}$  de déploiement au-delà de laquelle il y aura basculement.

- CCINP 2019- Validation de la capacité statique du système de déploiement

**Objectif :** On souhaite déterminer le couple statique du moto-réducteur  $M_{OI}$  qui permet l'équilibre du système de déploiement ;

Notation et spécifications :

- $\vec{g} = -g\vec{y}_0$  avec,  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,



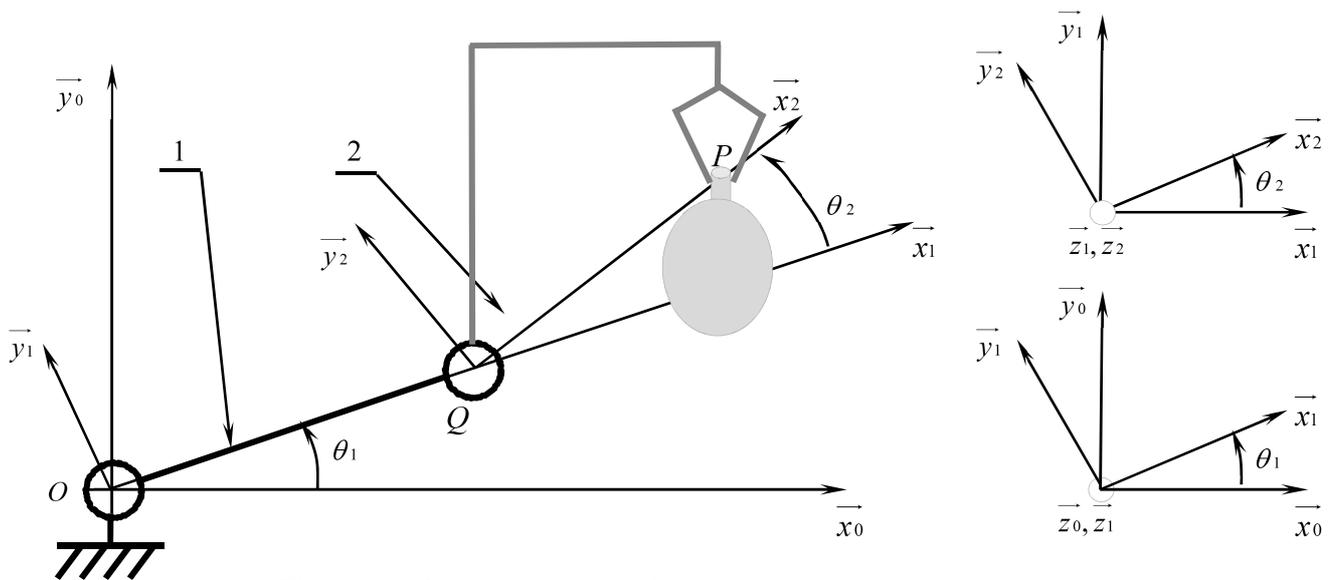


Figure 7 - Schématisation cinématique du bras de déploiement

Le bras de déploiement est constitué de :

**0 : Bâti.**

- Le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est liée au bâti fixe 0.

**1 : Bras**

- Le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ . Mouvement (1/0) : rotation autour de  $(O, \vec{z}_0)$ .

- Position (1/0) repérée par :  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta_1$ . Centre d'inertie  $G_1$ .

$$\vec{OG}_1 = \frac{L}{2} \vec{x}_1 ; \vec{OQ} = L \vec{x}_1 ;$$

- Masse  $m_1 = 352 \text{ g}$  ;  $L = 0,5 \text{ m}$

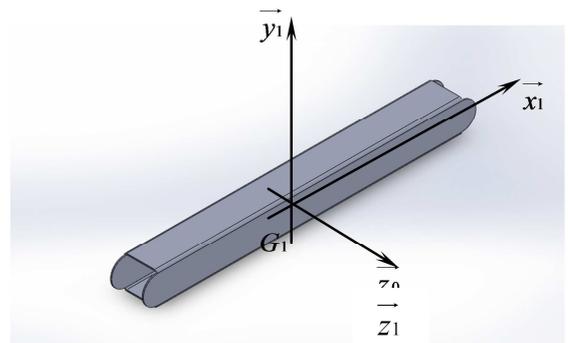


Figure 8 - Bras 1

La **Figure 8** présente le modèle volumique du Bras 1.

Les plans  $(\vec{x}_1, G_1, \vec{y}_1)$  et  $(\vec{y}_1, G_1, \vec{z}_1)$  sont des plans de symétrie matériels du bras 1.

- Le mouvement de 1 par rapport à 0 est commandé par un actionneur  $M_{01}$  (constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission  $\lambda = 82$ ), d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logé à l'intérieur de la liaison (0/1).

**2 : Avant-bras**

- Repère liée  $R_2(Q, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . Mouvement (2/1) : rotation autour de  $(Q, \vec{z}_1)$ . Position (2/1) repérée par  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_2$ . Masse  $m_2 = 352 \text{ g}$ .

- Centre d'inertie  $G_2$ .  $\vec{QG}_2 = \frac{L}{2} \vec{x}_2$  ( $L = 0,5 \text{ m}$ ) ;  $\vec{QP} = L \vec{x}_2$ .

- L'extrémité en P est équipée d'une pince de masse négligeable qui saisit la sphère SEIS.
- Le mouvement de 2 par rapport à 1 est commandé par un actionneur  $M_{12}$  (constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission  $\lambda = 82$ ),

d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logé à l'intérieur de la liaison (1/2).

S : Sphère du SEIS.

- On considère que l'amplitude du mouvement (S/2) est très faible.
  - Position (S/0) repérée par :  $\overline{OP} = X_p(t)\overline{x_0} + Y_p(t)\overline{y_0}$ .
  - Masse  $m_s = 1,2 \text{ kg}$  considérée comme ponctuelle en son centre d'inertie  $G_s$  :  $\overline{PG_s} = -R\overline{y_0}$  ( $R$  est une constante positive).
- Q1. Exprimer puis calculer** le couple statique, noté  $C_{01}$ , que doit exercer le moto-réducteur  $M_{01}$  dans la position du système de déploiement la plus défavorable. **Préciser** clairement le système isolé ainsi que le principe/théorème utilisé.
- Q2. En déduire** la valeur minimale du couple de maintien, noté  $C_{m1min}$ , dont doit disposer le moteur pas à pas.

