1- Circuits RC, RL et RLC série

a) On étudie le circuit RC série, soumis à un générateur idéal de tension, de f.é.m:

$$e(t) = E_m \cos(\omega t) \tag{1}$$

Le régime forcé est supposé établi. Établir l'expression de l'intensité du courant circulant dans ce circuit.
Données: $E_m = 10\,\mathrm{V}$, $\omega = 63.10^2\,\mathrm{rad.s^{-1}}$, $R = 1,0\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 0,16\,\mu\mathrm{F}$

b) Même question pour un circuit RL. On prendra les mêmes valeurs numériques avec $L = 91\,\mathrm{mH}$.

c) Même question pour un circuit RLC: calculer l'expression de $i(t)$ avec les valeurs numériques données au questions **a)** et **b)**.

2- Circuits RLC série

a) Considérons le circuit dipolaire RLC série du cours alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. Établir que l'équation différentielle qui régit la tension aux bornes de la capacité C est:

$$LC\frac{\mathrm{d}^2 u_c}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_c = E_0 \cos(\omega t) \tag{2}$$

b) Donner l'expression intrinsèque de cette équation différentielle en fonction de Q, facteur de qualité et de la pulsation propre ω_0.

c) Donner l'expression intrinsèque de cette équation différentielle en fonction de α, coefficient d'amortissement et de la pulsation propre ω_0.

d) Établir que:

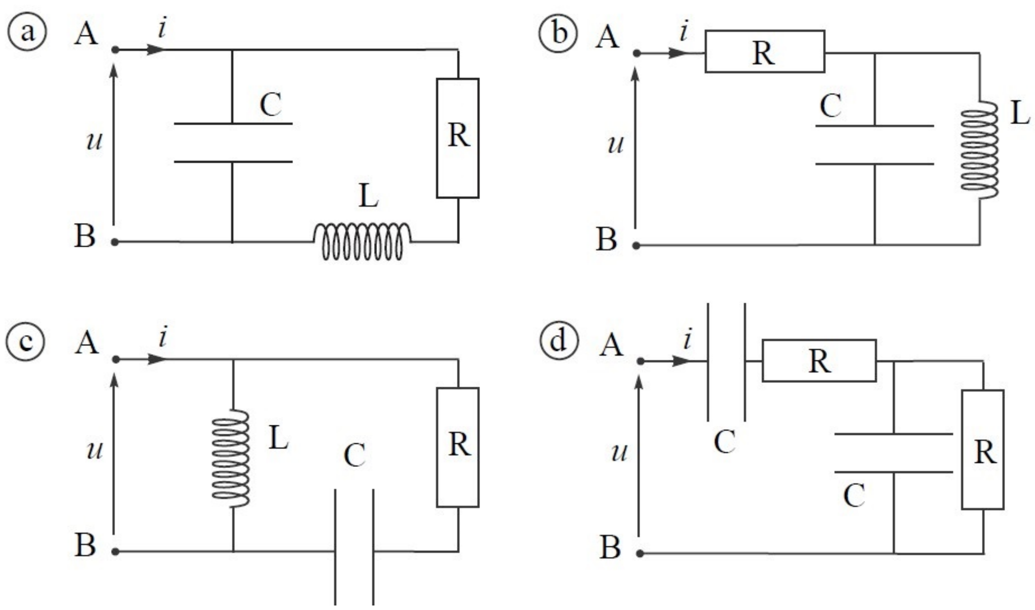
$$u_c(t) = E_0\left[\sin(\omega_0 t) - \frac{2\sqrt{3}}{3}\exp\left(-\frac{1}{2}\omega_0 t\right)\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t\right)\right] \tag{3}$$

lorsque le circuit vérifie les quatre conditions suivantes:

- le condensateur est initialement déchargé;
- l'intensité avant la fermeture de l'interrupteur;
- la pulsation du générateur est $\omega = \omega_0$ et
- le coefficient d'amortissement vaut $\alpha = 1/2$

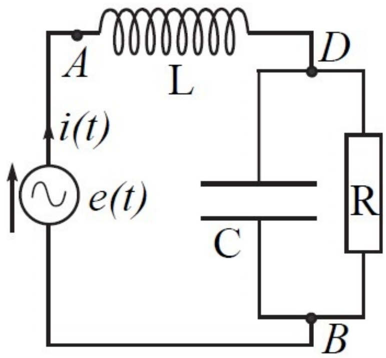
3- Calcul d'impédance

Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du réseau dipolaire entre les bornes A et B dans les quatre cas suivants.
En déduire à chaque fois l'impédance réelle Z ainsi que le déphasage de la tension u par rapport au courant i.



4- Association L/RC parallèle

Le dipôle AB représenté sur le schéma ci-contre est alimenté par une source de tension parfaite de force électromotrice $e(t) = E_0 \sin(\omega t)$.



1) Exprimer L en focntion de R, C et ω pour que le dipôle AB soit équivalent à une résistance pure R_{eq}.

2) Calculer L sachant que $R = 100\ \Omega$, $C = \dfrac{100}{3}\mu F$ et $\omega = 400\ rad.s^{-1}$.

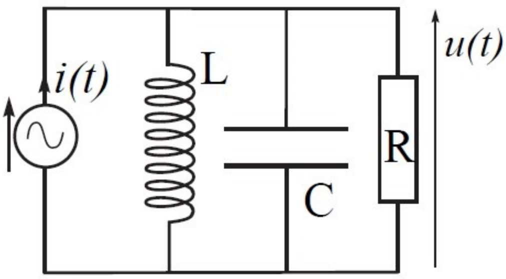
3) L'amplitude de la force électromotrice du générateur vaut $E_0 = 180\ V$.
Calculer l'amplitude de l'intensité du courant I dans la bobine.

4) calculer les amplitudes des différences de potentiel U_{AD} et U_{DB}.

5) Calculer les amplitudes des intensités des courants I_R et I_C circulant respectivement dans la résistance et dans le condensateur.

5- Facteur de qualité d'un circuit RLC

Le circuit représenté est alimenté par une source de courant sinusoïdal d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.



1) Exprimer l'amplitude complexe $\underline{U}$ de la tension $u(t)$ aux bornes du circuit en fonction des données du problème.

2) Montrer que l'amplitude U_m de $u(t)$ passe par un maximum pour une valeur ω_0 de la pulsation à déterminer.

3) Tracer la courbe donnant les variations de U_m en fonction de ω. Préciser la largeur $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ de la courbe de réponse, où ω_1 et ω_2 sont les pulsations telles que $U_m = \dfrac{U_m(max)}{\sqrt{2}}$.

4) Exprimer en fonction de R, L et C le facteur de qualité Q du circuit, défini par $\dfrac{1}{Q} = \dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$.

5) Exprimer la puissance électrique moyenne $\mathcal{P}$ fournie par la source de courant.

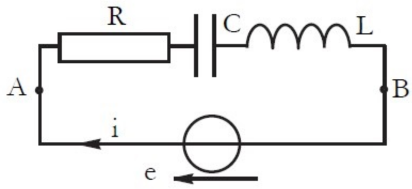
6) Montrer que la puissance $\mathcal{P}$ passe par un maximum pour une pulsation à déterminer.

7) On pose $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$. Exprimer la puissance $\mathcal{P}$ sous la forme : $\mathcal{P} = \dfrac{\mathcal{P}_{max}}{1 + A(x - \frac{1}{x})^2}$ en donnant les expressions de $\mathcal{P}_{max}$ et de A.

8) Déterminer la largeur relative $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$ de l'intervalle de pulsations $\Delta\omega$ telles que $\mathcal{P} > \dfrac{\mathcal{P}_{max}}{2}$.

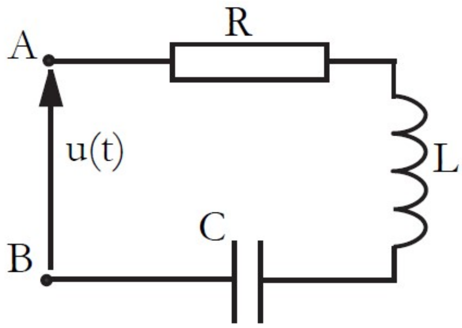
6- Puissance électrique

On donne :
$R = 10\ \Omega$, $L = 100\ \mu H$, $C = 200\ \mu F$, $\omega = 5.10^6\ rad.s^{-1}$, $E_{\text{eff}} = 5\ V$.
Déterminer et calculer : l'impédance complexe du dipôle AB, le facteur de puissance et la puissance moyenne dissipée.



7- Puissance et facteur de qualité

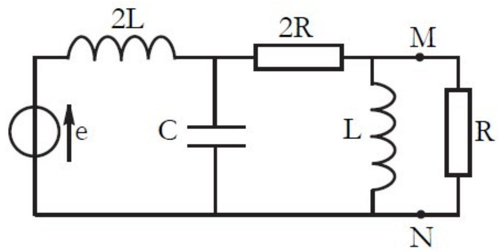
Un circuit (R, L, C) série est soumis à une tension alternative sinusoïdale définie par : $u(t) = U_0 \sin \omega t$.
On étudie le régime d'oscillations sinusoïdales forcées, à la pulsation ω.



1) La pulsation ω étant fixée, déterminer la puissance moyenne $< \mathcal{P} >$ dissipée par ce circuit par effet Joule.
2) Pour quelle valeur ω_o de ω cette puissance est-elle maximale ? A quel phénomène physique correspond cette valeur ω_o ?
3) Déterminer les limites ω_{min} et ω_{max} de l'intervalle de pulsation sur lequel $< \mathcal{P} >$ est au moins égal à la moitié de sa valeur maximale $\mathcal{P}_0$.
En déduire l'expression du facteur $Q = \dfrac{\omega_0}{\omega_{max} - \omega_{min}}$ en fonction de L, R et ω_o.
Pour L et C fixés, comment Q varie-t-il avec R ?
Quel est l'intérêt d'un circuit possédant un facteur Q élevé ?
En déduire une justification de la dénomination : "facteur de qualité" du circuit.
4) Exprimer, en fonction de L, R et U_0, l'énergie électromagnétique moyenne $< \mathcal{E}_0 >$ stockée, pour la pulsation ω_o, dans la bobine ou le condensateur (vérifier que c'est la même).
En déduire une relation entre Q, ω_o, $< \mathcal{E}_o >$ et $< \mathcal{P}_o >$. Retrouve-t-on, du point de vue énergétique, l'intérêt d'un circuit à Q élevé ?

8- Réseau à trois mailles

On considère le réseau à trois mailles indépendantes, représenté ci-contre, alimenté par la source de tension alternative de $f.é.m.$: $e(t) = E\sqrt{2} \cos \omega t$.
La fréquence du générateur est réglée de manière à avoir :

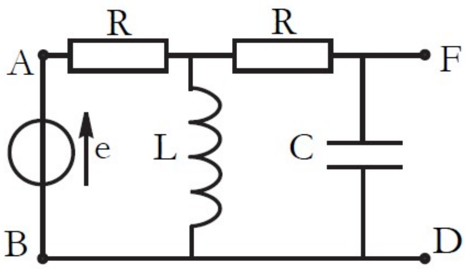


$$L\omega = \frac{1}{C\omega} = R.$$

Déterminer toutes les caractéristiques de l'intensité du courant dans la résistance R.
A. N. : $E = 20\ V$; $R = 10\ \Omega$.

9- Modélisation de Thévenin

On considère le circuit suivant alimenté entre A et B par une source de tension alternative sinusoïdale de $f.é.m.$: $e(t) = E\sqrt{2}\cos\omega t$.
Déterminer les caractéristiques du générateur de tension (modèle de THÉVENIN) équivalent entre F et D sachant que ω est telle que : $LC\omega^2 = 1$ et $RC\omega = 1$

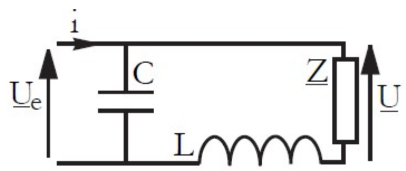


10- Circuit RLC parallèle en régime sinusoïdal

Exprimer la tension $\underline{u}$ aux bornes d'un réseau dipolaire constitué d'une résistance en parallèle avec une bobine en parallèle avec un condensateur en fonction de R, L, C, w et de $\underline{i} \equiv I_0 \exp(j\omega t)$ (intensité fournie au dipôle).
Vérifier que l'étude de la résonance en tension u de ce cirduit RLC **parallèle** lorsqu'on applique un courant i sinusoïdal est identique à celle de la résonance en courant dans le circuit RLC **série**.
Exprimer alors ω_0, la pulsation propre, Q', le facteur de qualité du circuit RLC parallèle ainsi que $\alpha' \equiv \dfrac{1}{2Q'}$, son cœfficient d'amortissement.

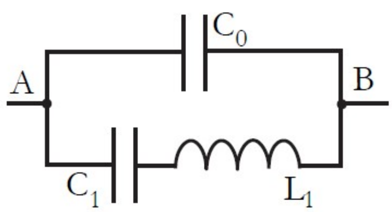
11- Déphasage

1) Exprimer $\underline{U}$ en fonction de $\underline{I}$, $\underline{Z}$, L, C et ω, pulsation du régime sinusoïdal imposé à ce circuit.
2) À quelle condition sur L, C et ω, $\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}$ et le déphasage entre $\underline{u}$ et $\underline{i}$ ne dépendent-ils pas de $\underline{Z}$?



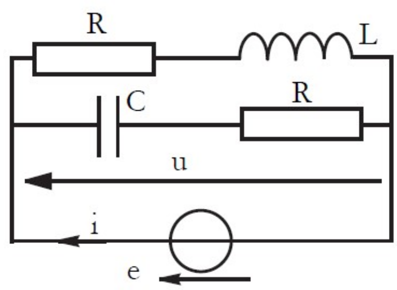
12-

On alimente le dipôle AB avec une tension sinusoïdale de pulsation ω. → Déterminer l'impédance complexe de AB. Tracer $|\underline{Z}| = Z(\omega)$, puis montrer que cette courbe présente deux singularités pour les pulsations ω_1 et ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$).

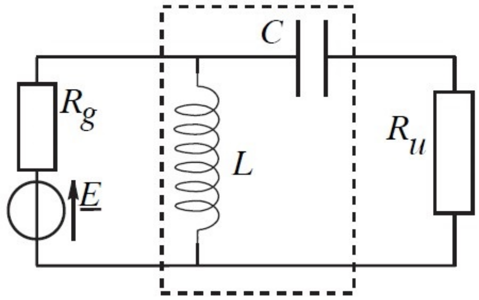


13- Déphasage

Sachant que $e = E_m.cos(\omega t)$, trouver la condition pour que $\underline{i}$ et $\underline{u}$ soient en phase quelle que soit ω.



14- Adaptation d'impédance



Pour transmettre une puissance maximale du générateur $(\underline{E}, R_g)$ à l'impédance de charge (d'utilisateur) $R_u \neq R_g$, on intercale entre le générateur et l'utilisateur un quadipôle réalisé avec une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C.
→ Montrer que le quadripôle permet l'adaptation d'impédance souhaitée lorsque $R_u < R_g$.
Calculer L et C en fonction de R_u, R_g et ω pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.

15- Adaptation d'impédance

Une installation électrique est alimentée sous une tension efficace $U_{\text{eff}} = 220\ V$. Elle consomme une puissance $\mathcal{P} = 12\ kW$. La fréquence vaut $f = 50\ Hz$ et l'intensité efficace $I_{\text{eff}} = 80\ A$.

1) Sachant que cette installation est du type *inductif*, calculer la résistance R et l'inductance propre L qui, placées en série et avec la même alimentation, seraient équivalentes à l'installation.

2) Calculer le facteur de puissance de cette installation. Calculer la capacité C à placer en parallèle sur l'installation pour relever le facteur de puissance à la valeur $0,9$.