

Correction : Mouvement sur un cerceau

1 ère partie

- I** $\{M, m\}$ étudié ds le référentiel R' qui
 est non galiléen puisqu'en rotation autour de O_3 de R .
M est pourvue : à son poids $\vec{P} = m\vec{g} = mg(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_\theta)$
 • à la réaction du cerceau $\vec{R} \perp \vec{e}_\theta$ car $\vec{R} \perp \vec{v}_{M/R}$
 puisqu'il n'y a pas de frottement et que $\vec{v}_{M/R} = a\dot{\theta}\vec{e}_\theta$
 • à la force d'inertie d'entraînement
- 2) $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(M) = -m\vec{a}_{M/R} = +m\Omega^2 \vec{HM} = m\Omega^2(a + a\sin\theta)\vec{e}_r$
 $\rightarrow \vec{F}_{ie} = m\Omega^2(a + a\sin\theta)(\sin\theta\vec{e}_r + \cos\theta\vec{e}_\theta)$
 • à la force d'inertie de Coriolis :
- 3) $\vec{F}_c = -m\vec{a}_c(M) = -m2\vec{\Omega}_{R'/R} \times \vec{v}_{M/R} = -2m \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_k \\ 0 & \Omega\sin\theta & 0 \\ 0 & a\dot{\theta} & 0 \end{vmatrix} = -2ma\dot{\theta}\Omega\cos\theta\vec{e}_\theta$
 car $\vec{e}_k \equiv -\vec{e}_y$
 ⚠
- 1) PFD dans R' : $m\vec{a}_{M/R} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_c$
- 4) $\rightarrow m \begin{vmatrix} \ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2 \\ a\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_r \\ 0 \\ R_k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m\Omega^2(a + a\sin\theta)\sin\theta \\ m\Omega^2(a + a\sin\theta)\cos\theta \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2ma\dot{\theta}\Omega\cos\theta \end{vmatrix}$
 $\rightarrow$ Projection selon $\vec{e}_\theta$: $a\ddot{\theta} = -g\sin\theta + \Omega^2 a(1 + \sin\theta)\cos\theta$
- 5) $\rightarrow \begin{cases} \text{Projection selon } \vec{e}_r \\ \text{Projection selon } \vec{e}_\theta' = -\vec{e}_k \end{cases} \begin{cases} R_r = -m a \dot{\theta}^2 - mg\cos\theta - m\Omega^2 a(1 + \sin\theta)\sin\theta \\ R_\theta' = 2m a \dot{\theta} \Omega \cos\theta \end{cases}$