E3A 09 PSI LAMDAMETRE

A RAYON LUMINEUX

	A1a	$\tau(M) = \frac{(SM)}{c}$ le chemin optique est la longueur du trajet que ferait la lumière dans le vide, pendant le temps qu'elle met pour faire le trajet SM dans le milieu d'indice n
	A1b	$\lambda = c/\nu = 600$ nm $\Rightarrow \omega = 2\pi c/\lambda \simeq 3\ 10^{15}$ rad/s
	A1c	$\varphi(M) - \varphi(P) = \frac{2\pi(PM)}{\lambda_0}$
	A2a	Surface d'onde = surface équiphase = lieu des points M tels que (SM)=constante Dans un milieu d'indice constant , (SM)= n SM . le lieu des points à égale distance de S est une sphère. Th de MALUS : les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde
	A2b	Collimateur (= source ponctuelle placée au foyer d'une lentille convergente)

B Interférences entre deux sources

	B1a	$E = 2\langle s^2\rangle = 2\langle a_1^2\cos^2(\omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1) + a_2^2\cos^2(\omega_2(t - [S_2M]/c) - \phi_2) +$ $2a_1 a_2 \cos\omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1)\cos(\omega_2(t - [S_2M]/c) - \phi_2)\rangle$ $E = a_1^2 + a_2^2 + 4a_1 a_2\langle\cos\omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1)\cos(\omega_2(t - [S_2M]/c) - \phi_2)\rangle$ Avec $2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$ $2\cos\omega(t - [S_1M]/c - \phi_1)\cos(\omega(t - [S_2M]/c) - \phi_2) =$ $\cos((\omega_1+\omega_2)t - (\omega_1[S_1M] + \omega_2[S_2M])/c) - \phi_1 - \phi 2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\omega_1[S_1M] - \omega_2[S_2M])/c) - -\phi_1 + \phi_2) +$ La valeur moyenne premier terme est nulle $\mathbf{E = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \langle\cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\omega_1[S_1M] - \omega_2[S_2M])/c) - (\phi_1 - \phi_2))\rangle}$ Le terme d'interférences est le dernier terme
	B1b	Il y a interférences si $\omega_1 = \omega_2$. Sinon, les ondes sont incohérentes , la valeur moyenne du dernier terme est nulle : $E = a_1^2 + a_2^2$. C'est la somme des intensités des deux ondes, l'éclairement est uniforme
	B1c	Non : voir ci-dessus
	B1d	Avec des ondes de fréquences très proches, si le terme en cos varie suffisamment lentement on peut observer des « battements »
	B2a	$\varphi_2(M) - \varphi_1(M) = 2\pi\frac{(S_2M) - (S_1M)}{\lambda_0} + \varphi_{S2} - \varphi_{S1} = 2\pi\frac{\delta_{2/1}}{\lambda_0} + \varphi_{S2} - \varphi_{S1}$
	B2b	φ_{S2} et φ_{S1} dépendent du temps, car les sources en raison du processus d'émission des sources
	B2c	Il faut que le déphasage Φ_{12}, donc $\varphi_{S2} - \varphi_{S1}$ ne dépende pas du temps : les sources doivent être synchrones (ou corrélées) . Il faut en outre que la ddm δ ne dépasse pas la longueur de cohérence des sources .
	B3	Le tracé est celui d'une sinusoïde . $E_{max} = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2}$ $E_{min} = E_1 + E_2 - 2\sqrt{E_1E_2}$ $\text{contraste} = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} = \frac{2\sqrt{E_1E_2}}{E_1 + E_2} (< 1)$ Le contraste est maximale et vaut 1 pour $E_1 = E_2$

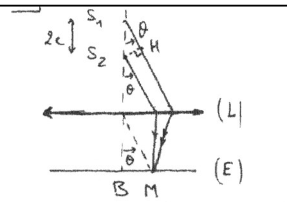
C figures d'interférences

	C1a	Les deux sources sont obtenues à partir d'une même source S_0, par division du front d'onde ou division d'amplitude $E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi\frac{\delta_{2/1}}{\lambda_0}))$
	C1b	$S_1M = [(x+b/2)^2 + y^2 + D^2]^{½} = D[1 + [(x+b/2)^2 + y^2]/D^2]^{1/2} \cong D[1 + [(x+b/2)^2 + y^2]/2D$ et de même : $S_2M \cong D[1 + [(x-b/2)^2 + y^2]/2D$ $\delta = S_2M - S_1M \cong bx/D$ $\Rightarrow$ $E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi\frac{bx}{D\lambda_0}))$

		Les franges sont des franges rectilignes , parallèles à l'axe Oy (= lieu des points de même intensité => x= cste)
	C1c	$p=\frac{\delta}{\lambda_0}$ frange brillante pour p entier : on a alors $\cos(2\pi p) = 1$ => intensité maximale et frange sombre pour p demi-entier (cos = -1 => $E= E_{min}$)
	C1d	Interfrange = distance séparant deux franges de même intensité => $i=\frac{\lambda_0 D}{b}$
	C2a	$S_2M=\sqrt{(S_2C)^2+(CM)^2-2S_2C.CM.\cos(\pi-\theta)} \approx CM(1+\frac{b}{2CM}\cos\theta)$ Et de même $S_1M \approx CM(1-\frac{b}{2CM}\cos\theta)$ => $\boxed{\delta_{2/1}\approx b\cos\theta}$
	C2b	$E(M)=2E_0(1+\cos(2\pi\frac{b\cos\theta}{\lambda_0}))$ avec $\cos\theta=\frac{D}{\sqrt{D^2+\rho^2}}$ => $E(M)=2E_0(1+\cos(2\pi\frac{b}{\lambda_0}\frac{D}{\sqrt{D^2+\rho^2}}))$
	C2c	Le lieu des points de même intensité est défini par ρ= constante : ce sont donc des cercles de centre B $p=\frac{\delta}{\lambda_0}=\frac{b}{\lambda_0}\frac{D}{\sqrt{D^2+\rho^2}}$ décroît donc a partir du centre (car ρ croit)

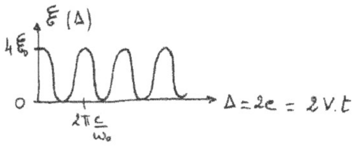
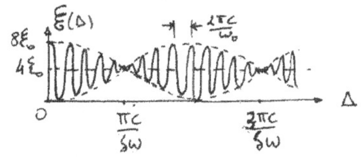
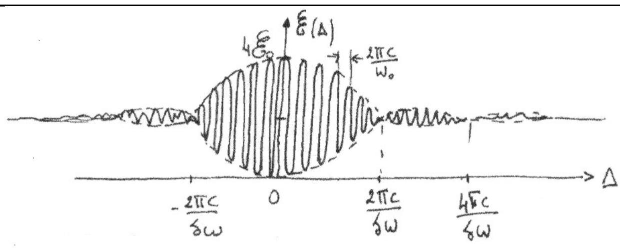
Deuxième partie : Interféromètre de Michelson

D Anneaux d'égale inclinaison

	D1a	S1 est l' image de S par la séparatrice + miroir S1 : S1 $x_1=0$, $z_1=2(L_0+e)+ L_s$ S2 est l' image de S par la séparatrice + miroir S1 +Séparatrice S2 :$x_2=0$ $z_2= 2L_0+ L_s$ Donc S1S2= 2e
	D1b	on trace le plan d'onde orthogonal aux rayons issus de S1 et S2 et émergeant sous l'angle θ. Ces rayons convergent sur l'écran en M th de Malus => $(S_2M)=(HM)$ donc $\boxed{\delta_{1/2}=(2e)\cos\theta}$ et $\tan\theta=\frac{BM}{f'}=\frac{\rho}{f'}$ pour θ≪f' => θ petit, tanθ≃ θ et cosθ≃ 1- $\theta^2/2$  $\boxed{\delta_{1/2}=2e(1-\frac{1}{2}(\frac{\rho}{f'})^2)}$ Pour ρ= 0 , on a donc $\boxed{\Delta=\delta(B)=2e}$
	D2a	$E(M)=2E_0(1+\cos(2\pi\frac{\delta}{\lambda_0})=2E_0(1+\cos(2\pi\frac{2e}{\lambda_0}(1-\frac{1}{2}(\frac{\rho}{f'})^2))$ E est constant pour ρ= constant =< anneaux concentriques
	D2b	Au centre des anneaux , $p_0 =2e/\lambda_0$ Le $k^{ième}$ anneau brillant correspond donc à $p_k = p_0-k$ => $\frac{2e}{\lambda_0}(1-\frac{1}{2}(\frac{\rho}{f'})^2)=\frac{2e}{\lambda_0}-k$ soit $\rho_k=f'\sqrt{k\frac{\lambda_0}{e}}$
	D2c	? même question que le précédente (erreur d'énoncé ?) Le rayon du premier anneau est $\rho_1=f'\sqrt{\frac{\lambda_0}{e}}$ donc $\rho_k=\rho_1\sqrt{k}$
	D2d	Au contact optique , e= 0 , le rayon ρ_1 tend vers l'infini : on observe donc un écran uniformément éclairé , c'est la teinte plate . Un anneau est caractérisé par son ordre d'interférence p = 2 ecosθ /λ_0 .Lorsqu'on augmente e, cet anneau se retrouve donc pour un cosθ plus petit, donc un θ plus grand : son rayon augmente . Sur l'écran de taille limitée (rayon R par exemple) , on ne voit que les k premiers anneaux, pour lesquels $\rho_k=\rho_1\sqrt{k}<R$. or, pour e augmentant, $\rho_1$diminue , on verra donc plus d'anneaux dans une région de rayon R **Lorsque e augmente , on voit « sortir » les anneaux., leur « épaisseur » diminue , il y a plus d'anneaux dans le champ**
	D2e	Le calcul attendu est : La lame introduit une ddm $\delta = 2(n_{lame}-n_{air})e_{lame}$ (aller-retour)

		un déplacement de 16 franges correspond a une variation de δ de $16\lambda_0$ donc $n_{lame} = 1.5$ mais , 1)Je me demande bien comment on observe un tel déplacement brusque de 16 franges ! 2) on annonce une lame de 8 µm = 8 µm±1 µm => est ce bien utile de sortir un Michelson pour trouver à 10% près l'indice d'un verre ? Qui fait vraiment cela ?
	D3	Avec une source ponctuelle, les franges sont non localisées, on peut placer l'écran ou on veut . mais source ponctuelle = peu de lumière Avec une source étendue, les interférences sont localisées à l'infini, donc observables seulement au plan focal image d'une lentille

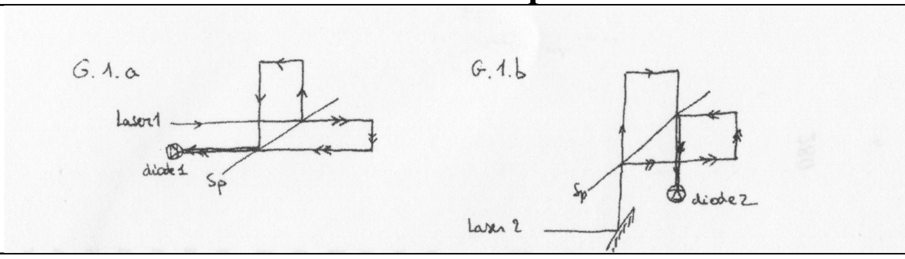
E Analyse d'interférogrammes

	E1a	$E(M) = 2E_0(1+\cos(2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0})) = 2E_0(1+\cos(\frac{\omega_0\Delta}{c})) =$
	E1b	 Au cours du déplacmeent du miroir, l'éclairement au centre varie périodiquement de O à $4E_0$, il y a donc scintillement à la fréquence $2V\frac{1}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega_0} \Rightarrow \nu = \frac{\omega_0 V}{\pi c}$
	E2a	Les éclairements dus à ces deux ondes de fréquences différentes s'additionnent : $E(M) = 2E_0(1+\cos(\frac{\omega_1\Delta}{c})) + 2E_0(1+\cos(\frac{\omega_2\Delta}{c})) = 4E_0(1+\cos(\frac{\omega_0\Delta}{c})\cos(\frac{\delta\omega\Delta}{2c}))$ Le degré de cohérence temporelle vaut $\gamma(\Delta) = \cos(\frac{\delta\omega\Delta}{2c})$
	E2b	Le contraste des franges vaut : $C(\Delta) = \lvert\gamma(\Delta)\rvert = \left\lvert\cos(\frac{\delta\omega\Delta}{2c})\right\rvert$ 
	E2c	1000 scintillements entre deux brouillages => $\pi\frac{2c}{\delta\omega} = 1000\frac{2\pi c}{\omega_0} \Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \delta\lambda = 0.6\,nm$ Entre deux brouillages , Δ a varié de $\pi\frac{2c}{\delta\omega}$ il a fallu charioter de la moitié soit $\delta e = \frac{\pi c}{\delta\omega} = \frac{\pi c}{(\omega_0\delta\lambda/\lambda_0)} = \frac{\lambda_0^2}{2\delta\lambda} = 0.3\,mm$
	E3a	$E(M) = \int_{\omega_0-\delta\omega/2}^{\omega_0+\delta\omega/2} 2\frac{E_0}{\delta\omega}(1+\cos(\frac{\omega\Delta}{c})d\omega = 2\frac{E_0}{\delta\omega}\left[\delta\omega + \left[\frac{c}{\Delta}\sin(\frac{\omega\Delta}{c})\right]_{\omega_0-\delta\omega/2}^{\omega_0+\delta\omega/2}\right]$ $E(M) = 2E_0\left[1+\operatorname{sinc}(\frac{\delta\omega\Delta}{2c})\cos(\frac{\omega_0\Delta}{c})\right]$ le degré de cohérence est $\gamma(\Delta) = \operatorname{sinc}(\frac{\delta\omega\Delta}{2c})$
	E3b	Le contraste vaut $C(\Delta) = \left\lvert\operatorname{sinc}(\frac{\delta\omega\Delta}{2c})\right\rvert$ 
	E3c	Les franges restent bien contrastées dans le lobe central de la fonction sinc : donc pour $\Delta < \Delta c = \frac{2\pi c}{\delta\omega} = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda}$
	E3d	La longueur de cohérence Δ_c est la longueur d'un train d'onde, émis pendant une durée τ_c Il y a interférences seulement si la ddm est inférieure à la longueur des trains d'onde
	E3e	Pour la lampe sodium : $\Delta_c = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda} = 3.6cm$ pour un laser $\Delta_{c\,laser} = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda} = 360\,m$ La longueur de cohérence d'une source parfaitement monochromatique serait infinie

F Analyse spectrale de l’interférogramme

	F1a	On fait ce calcul d’intégrale en linéarisant le produit de cos , ce qui fait apparaître $\omega-\omega_0$ et $\omega+\omega_0$ On est alors ramené à intégrer des cos , comme en E3a , on fait apparaître les sinc $F(\omega)=E_0\Delta_{max}\left[\sin c(\frac{\omega\Delta_{max}}{2c})+\frac{1}{2}\sin c(\frac{(\omega-\omega_0)\Delta_{max}}{2c})+\frac{1}{2}\sin c(\frac{(\omega+\omega_0)\Delta_{max}}{2c})\right]$ On obtient trosi « pics », d’amplitude $E_0\Delta_{max}$, $E_0\Delta_{max}/2$ et $E_0\Delta_{max}/2$. De largeur $\delta\omega_{base}=\frac{2\pi c}{\Delta_{max}}$, situé en $\omega= 0$, $\omega= \omega_0$ et $\omega=-\omega_0$ On ne s’intéressera qu’au pic situé en ω_0, caractéristique de la source étudiée. Lorsque Δ_{max} augmente, la largeur des pics diminue => ils deviennent des « raies » étroites .
	F1b	Avec deux sources ω_1 et ω_2, on obtient deux pics , de même largeur , centrés en ω_1 et ω_2 Ces deux « sinc » peuvent se recouvrir partiellement
	F1c	Le critère de Rayleigh s’écrit : $\Delta\omega_R=\omega_2-\omega_1=\frac{\delta\omega_{base}}{2}=\frac{\pi c}{\Delta_{max}}$
	F2	$R=\frac{\omega_0}{\Delta\omega_R}=\frac{\omega_0\Delta_{max}}{\pi c}$ or la distance entre deux max d’intensité est (cfE3b) $\Delta_i=\frac{2\pi c}{\omega_0}$ D’où $R=\frac{2\Delta_{max}}{\Delta_i}$ = nombre de max observables lors de la course entre $-\Delta_{max}$ et Δ_{max}

Troisième partie lambdamètre

	G1a G1b	
	G1c	Les ddm sont les mêmes
	G2	Chaque scintillement correspond à une variation de $\Delta=2e$ de λ => $2e=p_1\lambda_1=p_2\lambda_2$ donc $\lambda_2=\frac{p_1}{p_2}\lambda_1=10.60\mu m$ (laser infrarouge)
	G3	Le réglage des coins de cube est plus facile que celui des miroirs (faisceau systématiquement réfléchi dans la direction incidente) et ils sont plus facile à fabriquer Nécessité du vide ?
	G4	Le pouvoir de résolution est élevé, car le nombre des scintillements comptés est important : , ceci car $e=p_1\lambda_1/2=1\ m$ Cette valeur (élevée) est cependant nettement inférieure à la longueur de cohérence des lasers étudiés. => pas de pb
	G5	Chute libre => $e=\frac{1}{2}gt^2$ => t_{chute}=0.45 s => manip rapide
	G6	$\lambda_2=\frac{p_1}{p_2}\lambda_1 \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2}=\frac{\Delta p_1}{p_1}+\frac{\Delta p_2}{p_2}+\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1}=\frac{1}{3160556}+\frac{1}{188679}+0\approx 5 10^{-6}$ => très bonne précision de la mesure, on pourrait annoncer beaucoup plus de chiffres significatifs que ceux donnés en G2 (a condition de connaître λ_1 avec mieux que 4 chiffres)