

A. Présentation :

A.1 : Compléter le diagramme des exigences du document réponse 1.

SA : Préhenseur + bras d'orientation ;

SB : Batterie ;

SC : Le vérin (7+8) et la structure à parallélogramme.

A.2 : Expliquer les relations reliant les différentes exigences (Répondre sur le document réponse 1).

R1 : Relation de contenance qui permet de décomposer l'exigence Id= "1" ;

R2 : Relation de raffinement qui permet d'ajouter des précisions à l'exigence Id="1.2".

B. Validation du vérin de relevage : (la plate forme est fixe (1)=(0) et $\theta = 0$)

B-1. Etude cinématique :

B.1.1 : Déterminer les vecteurs vitesses de rotation suivants : $\vec{\Omega}_{(4/1)}$, $\vec{\Omega}_{(7/1)}$ et $\vec{\Omega}_{(3/1)}$.

$$\vec{\Omega}_{(4/1)} = \vec{0} ; \quad \vec{\Omega}_{(3/1)} = \dot{\alpha} \vec{z}_1 \quad \text{et} \quad \vec{\Omega}_{(7/1)} = \dot{\beta} \vec{z}_1.$$

B.1.2 : a) Déterminer $\vec{V}_{(C \in 3/1)}$ en fonction de $\dot{\alpha}$ puis montrer que $\vec{V}_{(C \in 3/1)} = \vec{V}_{(N \in 5/1)}$.

$$\bullet \quad \vec{V}_{(C \in 3/1)} = \left(\frac{d \vec{AC}}{dt} \right)_{R_1} = -l_3 \dot{\alpha} \vec{x}_3$$

• On a :

$$\vec{V}_{(C \in 3/1)} = \vec{V}_{(C \in 4/1)} + \vec{V}_{(C \in 3/4)} = \vec{V}_{(C \in 4/1)} \quad \text{Car : } \vec{V}_{(C \in 3/4)} = \vec{0}$$

Et

$$\vec{V}_{(N \in 4/1)} = \vec{V}_{(N \in 4/5)} + \vec{V}_{(N \in 5/1)} = \vec{V}_{(N \in 5/1)} \quad \text{Car : } \vec{V}_{(N \in 4/5)} = \vec{0}$$

Or : $\vec{V}_{(C \in 4/1)} = \vec{V}_{(N \in 4/1)}$ car le mouvement de 4/1 est une translation circulaire ;

Donc : $\vec{V}_{(C \in 3/1)} = \vec{V}_{(N \in 5/1)}$.

Remarque : On peut juste trouver $\vec{V}_{(N \in 5/1)} = \left(\frac{d(\vec{EA} + \vec{AC} + \vec{CN})}{dt} \right)_{R_1} = -l_3 \dot{\alpha} \vec{x}_3$

b) En déduire l'expression de la norme de la vitesse verticale de levée de la bobine,

$$V_y = \vec{V}_{(N \in 5/1)} \cdot \vec{y}_1 \quad \text{en fonction de } l_3, \dot{\alpha} \text{ et } \alpha.$$

$$V_y = -l_3 \dot{\alpha} \sin \alpha.$$

B.1.3 : Déterminer en utilisant la relation de composition des vitesses, $\vec{V}_{(F \in 8/1)}$ en fonction de λ , $\dot{\lambda}$ et $\dot{\beta}$.

$$\vec{V}_{(F \in 8/1)} = \vec{V}_{(F \in 8/7)} + \vec{V}_{(F \in 7/1)} = \dot{\lambda} \vec{y}_7 - \lambda \dot{\beta} \vec{x}_7$$

B.1.4 : Trouver $\vec{V}_{(F \in 3/1)}$ par dérivation, en fonction de $\dot{\alpha}$ et des autres données.

$$\vec{V}_{(F \in 3/1)} = \left(\frac{d \vec{AF}}{dt} \right)_{R_1} = \left(\frac{d(\vec{AQ} + \vec{QF})}{dt} \right)_{R_1} = -\dot{\alpha} \left(a + d \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \vec{x}_3 - \frac{d}{2} \dot{\alpha} \vec{y}_3$$

B.1.5 : Montrer les deux relations suivantes :

On a :

$$\vec{V}_{(F \in 8/1)} = \vec{V}_{(F \in 3/1)}$$

Et la projection de cette égalité dans le repère R_1 permet d'avoir :

$$-\dot{\alpha} \left[\left(a + \frac{d\sqrt{3}}{2} \right) (\cos \alpha \vec{x}_1 + \sin \alpha \vec{y}_1) + \frac{d}{2} (-\sin \alpha \vec{x}_1 + \cos \alpha \vec{y}_1) \right] = \dot{\lambda} (-\sin \beta \vec{x}_1 + \cos \beta \vec{y}_1) - \lambda \dot{\beta} (\cos \beta \vec{x}_1 + \sin \beta \vec{y}_1)$$

Ce qui permet de déduire les deux relations suivantes :

$$-\dot{\alpha} \left[\left(a + \frac{d\sqrt{3}}{2} \right) \cos \alpha - \frac{d}{2} \sin \alpha \right] = -\dot{\lambda} \sin \beta - \lambda \dot{\beta} \cos \beta$$

$$-\dot{\alpha} \left[\left(a + \frac{d\sqrt{3}}{2} \right) \sin \alpha + \frac{d}{2} \cos \alpha \right] = \dot{\lambda} \cos \beta - \lambda \dot{\beta} \sin \beta$$

B-2. Chaînes de solides et étude énergétique :

B.2.1 : Donner la valeur de la mobilité cinématique « m_c » de la chaîne.

On a : $m_{cu} = 1$ et $m_{ci} = 0$ donc $m_c = 1$.

B.2.2 : Déterminer, en fonction de Z_{10} , le nombre de dents Z_7 , puis calculer le rapport de transmission : $r = \omega / \omega_{10}$. (ω et ω_{10} : vitesses de rotation de 9 et 10 par rapport à 7).

- On a : $Z_7 = Z_{10} + 2 \cdot Z_{11} = 3 \cdot Z_{10}$;
- La formule de Willis :

$$\frac{\omega_7 - \omega_9}{\omega_{10} - \omega_9} = -\frac{Z_{10}}{Z_7} \text{ et } \omega_7 = 0 \text{ donc : } r = \frac{\omega_9}{\omega_{10}} = \frac{Z_{10}}{Z_{10} + Z_7} = \frac{1}{4}$$

B.2.3 : Donner l'expression littérale de V_{87} en fonction de r , q et ω_{10} .

$$V_{87} = -\frac{q}{2\pi} \omega_9 = -\frac{q}{2\pi} \cdot r \cdot \omega_{10}$$

B.2.4 : Justifier que l'arbre moteur et la vis sont équilibrés dynamiquement.

L'arbre moteur et la vis tournent autour de (E, \vec{y}_7) qui est leur axe principal d'inertie.

En plus les centres d'inertie de ces solides appartiennent à cet axe, donc l'équilibrage dynamique est assuré.

B.2.5 : Exprimer au point G_{10} , le torseur cinétique $\{C_{(10/R_1)}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_c (10/R_1) \\ \vec{\sigma}_{(G_{10}, 10/R_1)} \end{matrix} \right\}_{G_{10}}$ de l'arbre moteur (10) dans son mouvement par rapport au repère fixe R_1 , en fonction de ω_m , k_β , k_t et des données cinétiques.

$$\vec{R}_c(10/R_1) = m_{10} \vec{V}(G_{10} \in 10/R_1) = m_{10} \left(\frac{d \vec{E}G_{10}}{dt} \right)_{R_1} = -m_{10} y_{G_{10}} \dot{\beta} \vec{x}_7 = -m_{10} y_{G_{10}} k_\beta k_t \omega_m \vec{x}_7 ;$$

$$\vec{\sigma}(G_{10}, 10/R_1) = \overset{=}{I}(G_{10}, 10) \cdot \vec{\Omega}(10/R_1) = B_{10} \omega_m \vec{y}_7 + C_{10} \dot{\beta} \vec{z}_1 = \omega_m (B_{10} \vec{y}_7 + C_{10} k_\beta k_t \vec{z}_1).$$

B.2.6 : Déterminer l'énergie cinétique du solide (10) dans son mouvement par rapport à R_1 : $T_{(10/R_1)}$, en fonction de ω_m , k_β , k_t et des autres données.

$T(10/1) = \frac{1}{2} \{C(10/R_1)\} \cdot \{V(10/R_1)\}$ la réduction de ces deux torseurs au point G_{10} permet d'avoir :

$$T(10/1) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} -m_{10} y_{G_{10}} k_\beta k_t \omega_m \vec{x}_7 \\ \omega_m (B_{10} \vec{y}_7 + C_{10} k_\beta k_t \vec{z}_1) \end{matrix} \right\}_{G_{10}} \cdot \left\{ \begin{matrix} \omega_m (y_7 + k_\beta k_t z_1) \\ -y_{G_{10}} \omega_m k_\beta k_t \vec{x}_7 \end{matrix} \right\}_{G_{10}}$$

Donc :

$$T(10/1) = \frac{1}{2} [B_{10} + k_\beta^2 k_t^2 (C_{10} + m_{10} y_{G_{10}}^2)] \omega_m^2$$

B.2.7 : Déterminer la puissance, par rapport à R_1 , des actions extérieures au vérin en fonction de F_v , ω_m , k_t , k_β , β_0 et des autres données ;

$P_{ext}(\overline{\text{Vérin}} \rightarrow \text{Vérin} / R_1) = P(3 \rightarrow 8 / R_1) + P(1 \rightarrow 7 / R_1) + P(\text{pesanteur} \rightarrow \text{Vérin} / R_1)$ avec :

- $P(1 \rightarrow 7 / R_1) = 0$ car la liaison en E est parfaite ;

- $P(3 \rightarrow 8 / R_1) = -F_v \cdot V_{87}$;

- $P(\text{pesanteur} \rightarrow \text{vérin} / R_1) = \sum_{i=7}^{11} P(\text{pesanteur} \rightarrow i / R_1)$

$$P(\text{Pesanteur} \rightarrow 7 / R_1) = \frac{d}{dt} (m_7 \vec{g} \cdot \vec{E}G_7) = m_7 g \cdot y_{G_7} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0$$

$$P(\text{Pesanteur} \rightarrow 8 / R_1) = \frac{d}{dt} (m_8 \vec{g} \cdot \vec{EG}_8) = -m_8 g \cdot k_t \cdot \omega_m [\cos \beta_0 - (\lambda + y_{G_8}) k_\beta \sin \beta_0]$$

$$P(\text{Pesanteur} \rightarrow 9 / R_1) = \frac{d}{dt} (m_9 \vec{g} \cdot \vec{EG}_9) = m_9 g \cdot y_{G_9} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0$$

$$P(\text{Pesanteur} \rightarrow 10 / R_1) = \frac{d}{dt} (m_{10} \vec{g} \cdot \vec{EG}_{10}) = m_{10} g \cdot y_{G_{10}} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0$$

$$P(\text{pesanteur} \rightarrow 11 / R_1) = 0$$

Donc :

$$P_{\text{ext}}(\overline{\text{Vérin}} \rightarrow \text{Vérin} / R_1) = m_7 g \cdot y_{G_7} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0 - m_8 g \cdot k_t \cdot \omega_m [\cos \beta_0 - (\lambda + y_{G_8}) k_\beta \sin \beta_0] +$$

$$m_9 g \cdot y_{G_9} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0 + m_{10} g \cdot y_{G_{10}} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \omega_m \sin \beta_0 - F_v \cdot k_t \cdot \omega_m$$

B.2.8 : Déterminer les puissances des inter-efforts entre les constituants du vérin.

$P_{\text{int}} = C_{m10} \cdot \omega_m$ car toutes les liaisons internes au vérin sont parfaites.

B.2.9 : Expliciter le couple moteur C_{m10} en fonction de F_v , $\frac{dT(\text{Vérin} / R_1)}{dt}$ et des autres données.

R_1 est dans cette phase Galiléen donc le e théorème de l'énergie cinétique appliqué au vérin

$$\Rightarrow \frac{dT(\text{Vérin} / R_1)}{dt} = P_{\text{ext}}(\overline{\text{Vérin}} \rightarrow \text{Vérin} / R_1) + P_{\text{int}}$$

$$C_{m10} = \frac{1}{\omega_m} \frac{dT(\text{vérin} / R_1)}{dt} - m_7 g \cdot y_{G_7} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \sin \beta_0 + m_8 g \cdot k_t [\cos \beta_0 - (\lambda + y_{G_8}) k_\beta \sin \beta_0] -$$

$$m_9 g \cdot y_{G_9} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \sin \beta_0 - m_{10} g \cdot y_{G_{10}} \cdot k_\beta \cdot k_t \cdot \sin \beta_0 + F_v \cdot k_t$$

C-1. Etude de la stabilité :

C.1.1 : Justifier les égalités suivantes : $b_1 = 0$, $a_2 = a_5$; $a_3 = a_4$, $b_2 = -b_5$ et $b_3 = -b_4$.

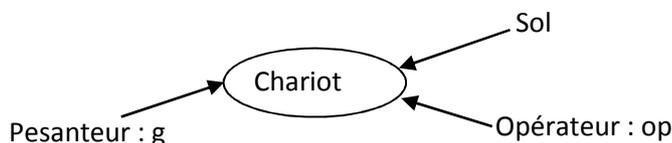
$b_1 = 0$ puisque $K_1 \in (o, \overline{x_1}, \overline{y_1})$

$a_2 = a_5$ et $b_2 = -b_5$ car K_2 et K_5 sont symétriques $l(o, \overline{x_1}, \overline{y_1})$.

$a_3 = a_4$ et $b_3 = -b_4$ car K_3 et K_4 sont symétriques $l(o, \overline{x_1}, \overline{y_1})$.

C.1.2 : En appliquant le T.R.S à l'ensemble $S = (\text{chargeur} + \text{Bobine})$, déterminer :

a) L'expression de la somme de tous les efforts tangentiels T_i au niveau des contacts K_i , en fonction de F ;



T.R.S :

$$-F\bar{x}_1 + M_6\bar{g} + \sum_1^5 \bar{R}_i = \bar{0}$$

Projection sur \bar{x}_1 : $-F + \sum_1^5 T_i = 0$ (1)

b) La relation entre la somme des efforts normaux N_i et M_6 .

Projection du TRS sur \bar{y}_1 : $-gM_6 + \sum_1^5 N_i = 0$ (2)

C.1.3 : En se plaçant à la limite du glissement, expliciter T_i en fonction de N_i ; et montrer que :

$$F = f g M_6.$$

$$T_i = f N_i \quad (T_i \text{ et } N_i \text{ sont positifs}) \quad (3)$$

des équations (1),(2) et (3) on tire: $F = f g M_6$ (a)

C.1.4 : Justifier que l'étude de l'équilibre de l'appareil dans la phase de déplacement, peut être ramenée à une étude plane.

Symétrie des masses, des formes et des efforts.

C.1.5 : Appliquer le T.M.S à l'ensemble S, au point K_{34} projeté sur \bar{z}_1 et déduire l'équation qui en découle.

$$\bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(\bar{ch} \rightarrow ch)} = \bar{0}$$

$$\bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(Sol \xrightarrow{K1} ch)} + \bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(Sol \xrightarrow{K25} ch)} + \bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(Sol \xrightarrow{K34} ch)} + \bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(op \rightarrow ch)} + \bar{\mathcal{M}}_{K_{34}(g \rightarrow ch)} = \bar{0}$$

En projetant sur \bar{z}_1 on obtient : $N_1(-a_1 + a_3) + 2N_2(a_3 - a_2) + F(D + y_p) - gM_6(a_3 - L - a_6) = 0$ (b)

C.1.6 : Donner l'expression de N_1 en fonction de y_p , M_6 , δ et des autres données dimensionnelles.

De la relation donnée et des équations (a) et (b), on déduit que :

$$N_1 = gM_6 \frac{a_3 - L - a_6 - f(D + y_p)}{-a_1 + a_3 + 2\delta(a_3 - a_2)}$$

C.1.7 : En traduisant la condition de non basculement de l'appareil, donner l'expression de la valeur maximale $y_{p \max}$ de y_p . Faire l'application numérique pour $f = 0.15$ et commenter la valeur trouvée.

La condition de non basculement est : $N_1 > 0$

A la limite du basculement : $N_1 = 0$, soit alors :

$$y_{p \text{ limite}} = \frac{a_3 - L - a_6}{f} - D$$

A.N : $y_{p \text{ limite}} = 1971,33 \text{ mm}$

- La hauteur de l'épaule d'une personne de taille moyenne (1m70cm signalée dans l'énoncé) est de 1400 mm environ. La poignée sera alors placée à la hauteur 1400 mm qui est inférieure à la hauteur maximale qui avoisine 2000 mm. Aucun risque de basculement n'est alors envisagé.

C.1.8 : Dans la phase d'orientation et pour θ positif, que sera, à votre avis, le premier contact à être rompue en cas de basculement du chargeur ?

C'est K_5 (Théoriquement c'est la roue la plus éloignée de la roue autour de laquelle le chariot basculera).

C.1.10 : Quel risque y'a-t-il à effectuer le déplacement et l'orientation simultanément ?

On remarque que la valeur de y_p limite diminue et passe à 1150 mm pour $\theta = -40^\circ$. Cela veut dire que la poussée sur la manette placée à 1400 mm provoquera inévitablement le basculement du chariot.

Conclusion : La poussée et l'orientation ne peuvent être effectuées en même temps.

C-2. Mouvement des roulettes par rapport au sol :

C.2.1 : Exprimer le vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}_{(i/0)}$ et préciser la vitesse de roulement et la vitesse de pivotement.

$$\vec{\Omega}_{(i/0)} = \dot{\varphi} \vec{z}_i + \dot{\psi} \vec{y}_1 \quad (\dot{\varphi} \vec{z}_i : \text{vitesse de roulement et } \dot{\psi} \vec{y}_1 : \text{vitesse de pivotement}).$$

C.2.2 : Déterminer la vitesse de glissement en K_i entre la roulette (i) et le sol (0), et donner ses composantes dans la base de R_1 .

$$\vec{V}_{(K_i \in i/0)} = \vec{V}_{(A_i \in i/0)} + \vec{K}_i \vec{A}_i \wedge \vec{\Omega}_{(i/0)}$$

$$\text{On a : } \vec{V}_{(A_i \in i/0)} = \vec{V}_{(A_i \in i/1)} + \vec{V}_{(A_i \in 1/0)}$$

$$\text{Or : } \vec{V}_{(A_i \in 1/0)} = \vec{V}_{(B_i \in 1/0)} = V \vec{x}_1 \quad \text{et} \quad \vec{V}_{(A_i \in i/1)} = \left(\frac{d \vec{B}_i \vec{A}_i}{dt} \right)_{R_1} = -d_1 \dot{\psi} \vec{z}_i$$

$$\text{Soit alors : } \vec{V}_{(K_i \in i/0)} = V \vec{x}_1 + \left[\frac{D}{2} \dot{\varphi} + d_3 \dot{\psi} \right] \vec{x}_{Si} - d_1 \dot{\psi} \vec{z}_i$$

Ce qui donne les composantes suivantes :

$$V_{gx1} = V + \left[\frac{D}{2} \dot{\varphi} + d_3 \dot{\psi} \right] \cos \psi - d_1 \dot{\psi} \sin \psi$$

$$V_{gy1} = 0$$

$$V_{gz1} = - \left[\frac{D}{2} \dot{\varphi} + d_3 \dot{\psi} \right] \sin \psi - d_1 \dot{\psi} \cos \psi$$

C.2.3 : Pour ψ constant, que devra être sa valeur pour que le roulement de la roulette par rapport au sol se fasse sans glissement ?

$\psi = \text{cste}$ donc $\dot{\psi} = 0$. Par conséquent :

$$V_{gx1} = V + \frac{D}{2} \dot{\varphi} \cos \psi$$

$$V_{gy1} = 0$$

$$V_{gz1} = - \frac{D}{2} \dot{\varphi} \sin \psi$$

C.2.4 : Que sera sa valeur pour une translation selon \vec{z}_1 de la plate forme ?

Dans ce cas, les composantes de la vitesse de glissement seront :

$$V_{gx1} = \frac{D}{2} \dot{\varphi} \cos \psi$$

$$V_{gz1} = V - \frac{D}{2} \dot{\varphi} \sin \psi$$

L'absence de glissement implique : $\psi = \frac{\pi}{2} [k\pi]$ et donc : $V = \pm \frac{D}{2} \dot{\varphi}$

C.2.5 : Quel est l'intérêt de la liaison pivot entre (S_i) et (I) permettant le pivotement de la roue ?

Cette liaison autorise la variation de l'angle ψ , ce qui permet à la roulette de pivoter autour de \vec{y}_1 . Ceci permet d'éviter le glissement dans le contact roulette/sol lors de la mise en mouvement du chariot.

C.2.6 : Dans un mouvement plan généralisé de la plate forme (I) par rapport au sol (0), dont I_{10} est le CIR : que sera l'orientation du vecteur \vec{z}_i pour éviter le glissement de la roulette (i) par rapport au sol (0)?

$$(A_i, \vec{z}_i) // (A_i I_{10}).$$

D. Dimensionnement du moteur d'orientation :

D-1. Modélisation cinétique du bras d'orientation :

D.1.1 : Détermine, dans le repère $R_5(N, \vec{x}_5, \vec{y}_1, \vec{z}_5)$, la position du centre d'inertie G_5 du bras d'orientation (5) en fonction des données.

$$\overline{NG_5} = \frac{\sum \overline{NG_{5i}}}{\sum m_{5i}}$$

Sachant que : $\overline{NG_{51}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R5}$, $\overline{NG_{52}} \begin{pmatrix} -(R + \frac{a}{2}) \\ \frac{h-b}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_{R5}$ et $\overline{NG_{53}} \begin{pmatrix} -(a+2R) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R5}$

On obtient alors : $X_{G_5} = \frac{-m_{52}(R + a/2) - m_{53}(a + 2R)}{m_{51} + m_{52} + m_{53}}$, $Y_{G_5} = \frac{m_{52}(h-b)}{2(m_{51} + m_{52} + m_{53})}$ et $Z_{G_5} = 0$

D.1.2 : Donner, en justifiant, la forme de la matrice d'inertie de (5) au point N dans la base de R_5 .

$(N, \vec{x}_5, \vec{y}_1)$ est un plan de symétrie matérielle de 5, donc : $\overline{I}_{(G_5, 5)} = \begin{pmatrix} A_5 & -F_5 & 0 \\ -F_5 & B_5 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix}_{R5}$

D.1.3 : Donner dans la base de R_5 :

a) la matrice d'inertie du cylindre (51) en N ;

$$\bar{I}_{(N,51)} = m_{51} \begin{pmatrix} \frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \end{pmatrix}_{R5}$$

b) la matrice d'inertie de (52) en son centre d'inertie, puis déduire le moment d'inertie de (52) par rapport à l'axe (N, \vec{y}_1) : J_{52} ;

$$* \bar{I}_{(G52,52)} = \frac{m_{52}}{12} \begin{pmatrix} b^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 + b^2 \end{pmatrix}_{R5}$$

$$* \bar{I}_{(N,52)} = \bar{I}_{(G52,52)} + \bar{I}_{(N,m52,G52)}$$

$$\text{donc : } J_{52/(N,\vec{y}_1)} = \frac{m_{52}}{12} a^2 + m_{52} [(R + a/2)^2]$$

c) la matrice d'inertie de (53) en son centre d'inertie, puis déduire le moment d'inertie de (53) par rapport à l'axe (N, \vec{y}_1) : J_{53} ;

$$* \bar{I}_{(G53,53)} = m_{53} \begin{pmatrix} \frac{5R^2}{16} + \frac{h^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5R^2}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5R^2}{16} + \frac{h^2}{12} \end{pmatrix}_{R5}$$

*

$$J_{53/(N,\vec{y}_1)} = m_{53} \frac{5R^2}{8} + m_{53} (a + 2R)^2$$

D.1.4 : Déduire le moment d'inertie de (5) par rapport à l'axe (N, \vec{y}_1) : C_5 .

$$J_{5/(N,\vec{y}_1)} = \sum_1^3 J_{5i/(N,\vec{y}_1)} = m_{51} \frac{R^2}{2} + m_{52} \left[\frac{a^2}{12} + (R + a/2)^2 \right] + m_{53} \left[\frac{5R^2}{8} + (a + 2R)^2 \right]$$

D-2. Détermination du couple moteur :

D.2.1 : Déterminer le moment cinétique du solide (56) au point N dans son mouvement par rapport

$$\text{à } I : \vec{\sigma}_{(N,56/1)} ;$$

$$\vec{\sigma}_{(N,56/1)} = \overline{I}_{(N,56)} \cdot \overline{\Omega}_{(56/1)} + m_{56} \overline{NG}_{56} \wedge \overline{V}_{(N \in 56/1)}$$

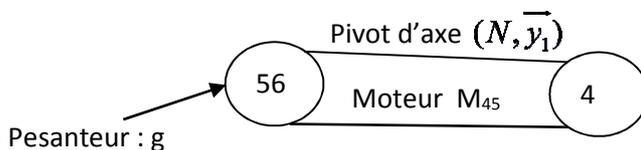
$$\text{Or : } \overline{V}_{(N \in 56/1)} = \vec{0}$$

$$\text{Donc : } \vec{\sigma}_{(N,56/1)} = \theta (B_{56} \overline{y}_1 - F_{56} \overline{x}_5)$$

D.2.2 : Déterminer la projection sur \overline{y}_1 du moment dynamique du solide (56) au point N dans son mouvement par rapport à I : $\vec{\delta}_{(N,56/1)} \cdot \overline{y}_1$.

$$\overline{y}_1 \cdot \vec{\delta}_{(N,56/1)} = \overline{y}_1 \cdot \left\{ \left(\frac{d \vec{\sigma}_{(N,56/1)}}{dt} \right)_{R_1} + M_{56} \overline{V}(N/1) \wedge \overline{V}(G_{56}/1) \right\} = B_{56} \theta$$

D.2.3 : Déterminer, par une analyse détaillée, l'expression du couple C_m .



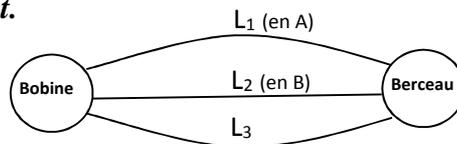
On isole 56 et on applique le T.M.D au point N en projection sur \overline{y}_1 :

$$C_m - f_{45} \theta = B_{56} \theta$$

$$\text{ou encore : } C_m = f_{45} \theta + B_{56} \theta$$

G. Chaînes de solides :

G.1 : Spécifier, en justifiant, la nature et les caractéristiques géométriques des liaisons du schéma de structure suivant.



* L_3 : Contact Bobine-Surface plane : Appui plan de normale \vec{x} .

* Contacts Bobine-Vé :

L_1 : Linéaire rectiligne d'axe (A, \vec{x}) et de normale \vec{u} ;

L_2 : Linéaire rectiligne d'axe (B, \vec{x}) et de normale \vec{v} .

G.2 : Par une étude statique, identifier la liaison équivalente entre la bobine et le berceau, et évaluer sa mobilité cinématique. (Si nécessaire, réduire les torseurs au centre de gravité G de la bobine).

$$\{\tau_{Leq}\} = \{\tau_{L1}\} + \{\tau_{L2}\} + \{\tau_{L3}\}$$

$$\text{avec : } \{\tau_{L1}\} = \begin{matrix} \left(\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ 0 & N_1 \end{array} \right) \\ \forall \text{ point } \in (A, \vec{x}, \vec{u}) \end{matrix} \quad ; \quad \{\tau_{L2}\} = \begin{matrix} \left(\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & M_2 \\ Z_2 & 0 \end{array} \right) \\ \forall \text{ point } \in (B, \vec{x}, \vec{v}) \end{matrix} \quad \text{et} \quad \{\tau_{L3}\} = \begin{matrix} \left(\begin{array}{c|c} X_3 & 0 \\ 0 & M_3 \\ 0 & N_3 \end{array} \right) \\ \forall \text{ point } \in (\vec{x}, -, -) \end{matrix}$$

Remarquons que le point G est dans les plans (A, \vec{x}, \vec{u}) et (B, \vec{x}, \vec{v}) .

$$\text{Donc : } \{\tau_{Leq}\} = \begin{matrix} \left(\begin{array}{c|c} X_3 & 0 \\ Y_1 & M_2 + M_3 \\ Z_2 & N_1 + N_3 \end{array} \right) \\ G \end{matrix} \quad \text{Résultat : } L_{eq} : \text{pivot d'axe } (G, \vec{x}). \quad m_c = 1.$$

H. Validation du motoréducteur de retournement du berceau :

H.1 : Préciser les vecteurs \vec{n}_i pour le berceau 1 et pour chacun des solides de 3 à 9.

$$\vec{n}_7 = \vec{n}_8 = \vec{n}_9 = \vec{x}$$

$$\vec{n}_1 = \vec{n}_3 = \vec{n}_4 = \vec{n}_5 = \vec{n}_6 = \vec{z}$$

H.2 : Exprimer, en fonction des données, les rapports suivants : $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_3}$, $r_2 = \frac{\omega_4}{\omega_5}$, $r_3 = \frac{\omega_6}{\omega_7}$ et $r_4 = \frac{\omega_8}{\omega_9}$

$$r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{D_3}{D_1} \quad ; \quad r_2 = \frac{\omega_4}{\omega_5} = -\frac{Z_5}{Z_4} \quad ; \quad r_3 = \frac{\omega_6}{\omega_7} = \frac{Z_7}{Z_6} \quad ; \quad r_4 = \frac{\omega_8}{\omega_9} = -\frac{Z_9}{Z_8}$$

H.3 : Evaluer le rapport global $r_g = \frac{\omega_1}{\omega_9}$ et préciser son signe.

$$r_g = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_4 = \frac{D_3 \cdot Z_5 \cdot Z_7 \cdot Z_9}{D_1 \cdot Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_8} \quad ; \quad A.N : r_g = 5,65 \cdot 10^{-4}$$

H.4 : Déterminer t_a , ensuite déduire l'accélération angulaire du berceau $\dot{\omega}_1$ en fonction de t_f et ω_{1e} .

On a la relation : $\frac{\pi}{2} = (t_f - 2t_a)\omega_{1e} + t_a \cdot \dot{\omega}_1$ (Aire comprise entre la courbe et l'axe des temps)

$$\text{Soit donc : } t_a = t_f - \frac{\pi}{2\omega_{1e}} \quad \text{et} \quad \dot{\omega}_1 = \frac{\omega_{1e}}{t_a} = \frac{\omega_{1e}}{t_f - \frac{\pi}{2\omega_{1e}}}$$

H.5 : Faire l'application numérique pour $\dot{\omega}_1$.

$$\dot{\omega}_1 = 5,23 \cdot 10^{-3} \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}$$

H.6 : Evaluer la puissance maximale P_{9max} que doit fournir le moteur de retournement du berceau.

$$P_{9max} = \frac{P_{1max}}{\eta_g} \quad \text{avec : } \eta_g = \eta_{54} \cdot \eta_{76} \cdot \eta_{98} \cdot \eta_{32} \quad \text{donc : } P_{9max} = 5,0528 \text{ Kw}$$

H.7 : Ce choix est-il compatible avec les performances souhaitées ? Expliquer.

La vitesse de rotation maximale nécessaire est : $\omega_{9max} = \frac{\omega_{1e}}{r_g} = 884,95 \text{ tr / min}$

L'accélération maximale nécessaire est : $\dot{\omega}_{mot} = \frac{\dot{\omega}_1}{r_g} = 9,256 \text{ rd / s}$

Récapitulatif

	Vitesse (tour/min)	Accélération (rd/s ²)	Puissance (Kw)
Souhaitée	884,95	9,256	5,0528
Réelle	1420	9,5	5,5
Validée : oui/non	oui	oui	oui

C/C : le moteur est validé.