PCSI- KOUTOUBIA **DL : Mouvement dans un champ magnétique** 2019/2020

<u>Données numériques</u> :

- Charge de l'électron (module) $e = 1{,}6.10^{-19}\ C$
- Masse d'un proton $m_p = 1{,}67.10^{-27}\ kg$
- Masse d'un électron $m_e = 9{,}1.10^{-31}\ kg$
- $1\ eV = 1{,}6.10^{-19}\ J$

Une particule de masse m et de charge q, est soumise à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent (indépendant du temps), dans le référentiel $\mathcal{R}(Oxyz)$ supposé galiléen. On appelle respectivement $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}$ les vecteurs unitaires des axes Ox, Oy et Oz.

Le champ magnétique $\vec{B}$ est colinéaire à Oz : $\vec{B} = B\,\overrightarrow{e_z}$ $(B > 0)$. On pose $\omega = \frac{qB}{m}$.

La vitesse $\vec{v}$ de la particule a pour composantes v_x, v_y et v_L : $\vec{v} = v_x\,\overrightarrow{e_x} + v_y\,\overrightarrow{e_y} + v_L\,\overrightarrow{e_z}$; on pose $\overrightarrow{v_\perp} = v_x\,\overrightarrow{e_x} + v_y\,\overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{v_L} = v_L\,\overrightarrow{e_z}$; $\overrightarrow{v_\perp}$ et $\overrightarrow{v_L}$ désignent ainsi les composantes de la vitesse $\vec{v}$ respectivement perpendiculaire et parallèle au champ $\vec{B}$. La norme du vecteur $\overrightarrow{v_\perp}$ est notée $v_\perp$: $v_\perp = \|\overrightarrow{v_\perp}\|$. A l'instant initial, la particule se trouve en O avec la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_{\perp 0}\,\overrightarrow{e_x} + v_{L0}\,\overrightarrow{e_z}$ $(v_{\perp 0} > 0, v_{L0} > 0)$.

On négligera l'action de la pesanteur.

1) Montrer que l'énergie cinétique E_c de la particule est une constante du mouvement.
2) Montrer que $\overrightarrow{v_L}$ est une constante du mouvement. En déduire que $v_\perp$ est également constant au cours du mouvement. On pose $E_{c\perp} = \frac{1}{2}mv_\perp^2$.
3) On étudie la projection du mouvement de la particule dans le plan $P_\perp$ orthogonal à $\vec{B}$.
   a) Déterminer les composantes v_x et v_y de la vitesse de la particule en fonction de $v_{\perp 0}$, ω et du temps t.
   b) En déduire les coordonnées x et y de la particule à l'instant t.
   b) En déduire les coordonnées x et y de la particule à l'instant t.
   c) Montrer que la projection de la trajectoire de la particule dans le plan $P_\perp$ est un cercle Γ de centre C (centre guide) et de rayon a (rayon de giration). Déterminer les coordonnées x_c et y_c de C, la rayon a et la période de révolution T_1 de la particule sur le cercle en fonction de $v_{\perp 0}$ et ω.
   d) Tracer, avec soin, le cercle Γ dans le plan $P_\perp$, dans le cas d'un proton, puis dans le cas d'un électron. Préciser en particulier le sens de parcours de chaque particule sur Γ.
   e) Application numérique : $B = 0{,}50\ \mu T$. On suppose $v_{L0}^2 = \frac{v_{\perp 0}^2}{10}$.

      Pour un électron d'énergie cinétique $E_c = 55\ keV$, le module v de sa vitesse, le rayon a et la période T_1 ; que pensez-vous de la valeur de v ?

      Mêmes questions pour un proton d'énergie cinétique $E_c = 0{,}55\ MeV$.
4)
   a) Quelle est la trajectoire de la particule chargée ?
   b) On peut décomposer le mouvement de la particule en un mouvement sur un cercle dont le centre C se déplace à la vitesse $\overrightarrow{v_L}$ le long de Oz. Quelle distance b parcourt le centre C sur Oz durant la période T_1 ? Exprimer b en fonction de v_L et ω. Comparer b et a dans le cas où $v_{L0}^2 = \frac{v_{\perp 0}^2}{10}$.