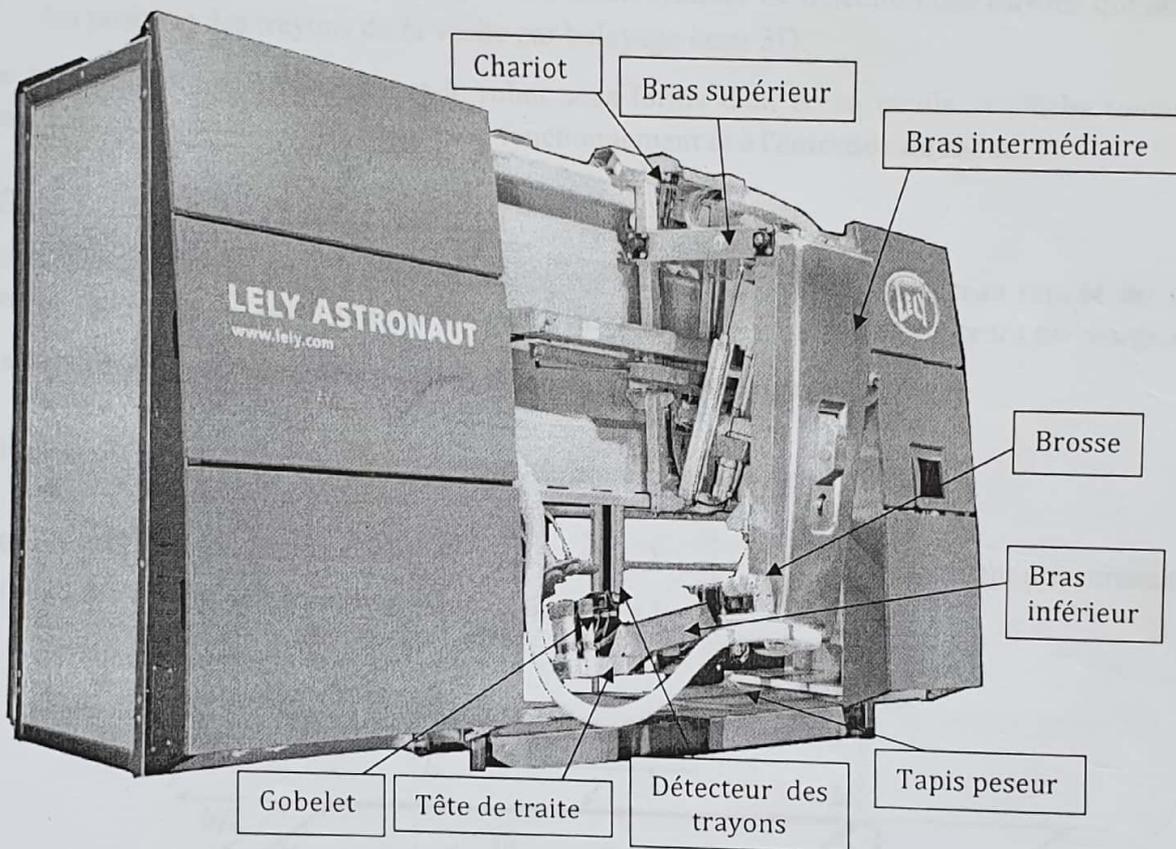


*Nota : Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

Aujourd'hui les producteurs laitiers doivent relever des défis en termes de volume de production, de prix du lait, de respect de l'environnement, de mesures d'hygiène... etc.

Pour répondre à ces besoins, des entreprises, ont développé des systèmes d'alimentation, de nettoyage et surtout de traite automatique, comme le robot de traite Astronaut A3, support de cette étude.



**Figure 1 : Robot de traite Astronaut A3**

### 1. Structure générale du robot de traite Astronaut A3 :

Le robot de traite Astronaut A3 est un système de traite automatique assurant, d'une part, la traite des vaches et, d'autre part, l'alimentation et le contrôle de la qualité du lait.

La figure 1 présente le robot de traite Astronaut A3, support de notre étude.

Le robot de traite Astronaut A3 est composé :

- ❖ d'un **box** où est installée la vache lors d'une traite. Il est équipé d'un plateau peseur, permettant de peser la vache, et d'un module d'alimentation.
- ❖ du **bras du robot** constitué de deux parties élémentaires :

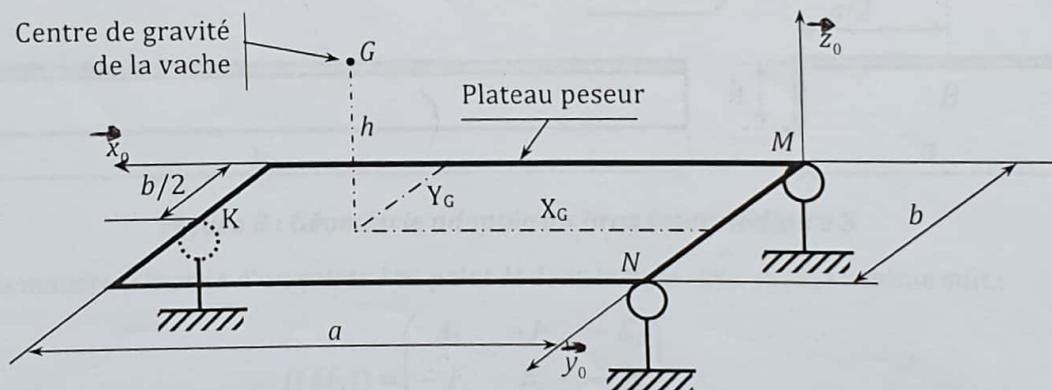
- le **chariot** qui relie le bras au box et permet des mouvements horizontaux du bras. Ce chariot est monté sur des galets qui réalisent la liaison glissière horizontale, un vérin hydraulique commande le déplacement de ce chariot ;
- le **bras** qui se compose de quatre éléments :
  - le bras supérieur en liaison pivot d'axe horizontal par rapport au chariot. Un vérin monté entre le chariot et le bras supérieur assure les déplacements du bras supérieur ;
  - le bras intermédiaire, lié au bras supérieur par une liaison pivot. Un vérin monté entre le bras intermédiaire et le chariot assure les déplacements du bras intermédiaire ;
  - le bras inférieur, en liaison complète avec le bras intermédiaire, qui porte le système de branchement aux trayons, le système pulsateur, le système de nettoyage des trayons (brosses) et la tête de traite ;
  - la tête de traite, constituée des gobelets et du système de détection des trayons qui détecte les positions des trayons de la vache par balayage laser 3D.
- ❖ d'une **interface** entre l'utilisateur et le robot sous forme d'un écran tactile. Il affiche toutes les commandes et informations nécessaires au fonctionnement et à l'entretien du robot.

## 2. Etude de la fonction « Peser la vache » :

Lors de la traite, la vache dans le box est placée sur un plateau peseur. Ce plateau repose sur trois capteurs de charge, un à l'avant noté  $K$ , et deux à l'arrière notés  $M$  et  $N$ . Ces capteurs de charge sont modélisés par des appuis **ponctuels parfaits de normale**  $\vec{z}_0$  (voir **figure 6**).

Le poids de la vache est noté  $\vec{P} = -p \cdot \vec{z}_0$ , le poids du plateau peseur est négligeable.

On note  $G$ , le centre de gravité de la vache, tel que :  $\vec{MG} = X_G \cdot \vec{x}_0 + Y_G \cdot \vec{y}_0 + h \cdot \vec{z}_0$  ( $h$  étant une constante connue). Les distances  $a$  et  $b$  sont connues ( $a = 2,5 \text{ m}$  et  $b = 1 \text{ m}$ ).



**Figure 6 : Structure du plateau peseur**

À l'entrée d'une vache, les capteurs de charge du plateau peseur indiquent les normes des efforts aux points  $K$ ,  $M$  et  $N$  :

$$C_{pK} = 264 \text{ daN}, C_{pM} = 108 \text{ daN} \text{ et } C_{pN} = 228 \text{ daN}.$$

- Question 1 :**
- Ecrire les équations issues de l'application du principe fondamental de la statique à l'ensemble  $E=(\text{plateau}+\text{vache})$  au point  $M$ .
  - Déduire le poids  $P$  de la vache et les coordonnées  $X_G$  et  $Y_G$  de son centre de gravité  $G$ , en fonction des données.

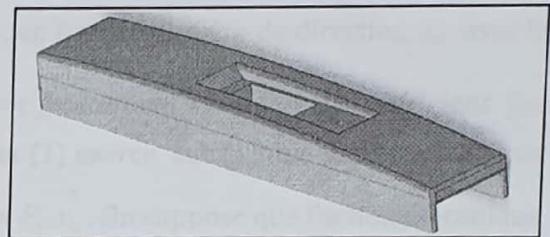
**3. Etude de la fonction : «Mettre en position les organes nécessaires à la traite» :**

**3.1. Dimensionnement des actionneurs :**

Le schéma cinématique du bras du robot de traite est représenté sur les figures A1 et A2 des documents annexes.

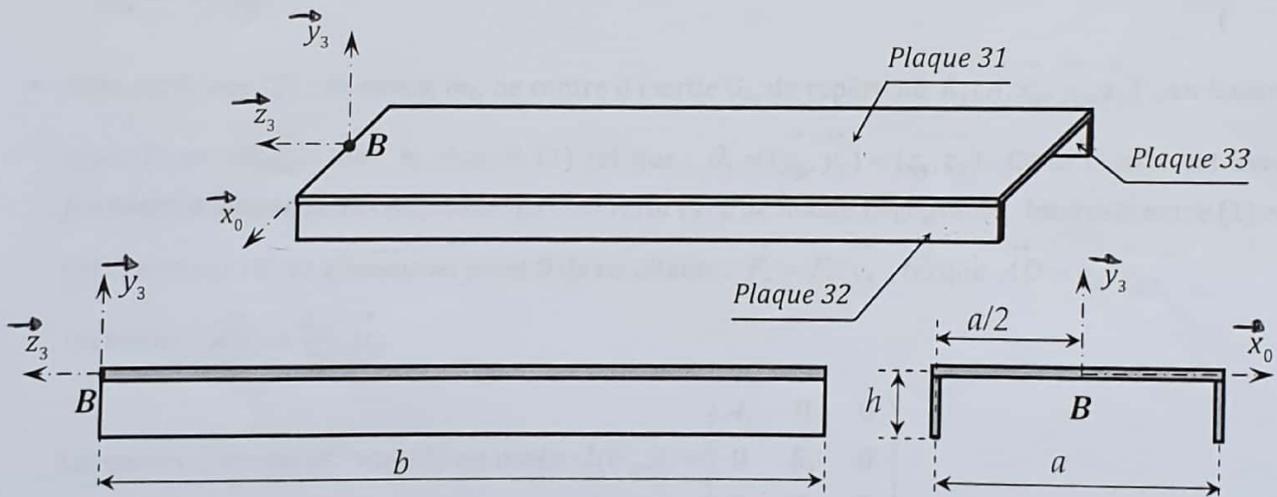
**Géométrie du bras intermédiaire 3 :** Dans une première approche, on modélisera le bras intermédiaire 3 (photo **figure 7**) du mécanisme « bras de robot » par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseurs négligeables comme l'indique la **figure 8** :

- Plaque 31 de masse  $m_{31}$ , de longueur  $b$ , de largeur  $a$  et de centre d'inertie  $G_{31}$ .
- Plaque 32 de masse  $m_{32}$ , de longueur  $b$ , de hauteur  $h$  et de centre d'inertie  $G_{32}$ .
- Plaque 33, identique à la plaque 32, de centre d'inertie  $G_{33}$ .  $m_3 = m_{31} + 2 \cdot m_{32}$



**Figure 7 : Photo du bras intermédiaire 3**

Le repère  $R_3(B, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est lié au bras 3.



**Figure 8 : Géométrie adoptée du bras intermédiaire 3**

On notera la matrice d'inertie d'un solide  $i$  au point  $M$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  comme suit :

$$I(M, i) = \begin{pmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

Le centre d'inertie  $G_3$  du bras 3 est tel que :  $\vec{BG}_3 = X_{G_3} \cdot \vec{x}_0 + Y_{G_3} \cdot \vec{y}_3 + Z_{G_3} \cdot \vec{z}_3$ .

- Question 2 :**
- Déterminer les composantes  $X_{G_3}$ ,  $Y_{G_3}$  et  $Z_{G_3}$  du centre d'inertie  $G_3$  du bras 3.
  - Donner, en justifiant, la forme simplifiée de la matrice d'inertie  $\bar{I}(B, 3)$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ .

- c) Exprimer en fonction des données, et dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , la matrice d'inertie  $\bar{I}(G_{31}, 31)$ . En déduire la matrice d'inertie  $\bar{I}(B, 31)$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ .
- d) Exprimer en fonction des données, et dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , les matrices d'inertie  $\bar{I}(G_{32}, 32)$  et  $\bar{I}(G_{33}, 33)$ . En déduire les matrices d'inertie  $\bar{I}(B, 32)$  et  $\bar{I}(B, 33)$ :
- e) Déduire l'expression de la matrice d'inertie  $\bar{I}(B, 3)$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ .

Le bras de robot est constitué des éléments suivants (voir **documents annexes**).

- Bâti (0) : repère lié  $R_0(B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen.  $\vec{z}_0$  est vertical ascendant et  $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$  est l'accélération de la pesanteur.
  - Chariot (1) : de masse  $m_1$ , de repère lié  $R_1(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , en liaison glissière de direction  $\vec{x}_0$  avec le bâti (0) tel que :  $\vec{OA} = x \cdot \vec{x}_0 + d \cdot \vec{y}_0$ . Cette liaison est avec **frottement visqueux de coefficient  $f_{01}$** . Un vérin ( $V_1$ ) de masse négligeable, intercalé entre (0) et (1) exerce sur (1) une action mécanique modélisée par un glisseur au point A de résultante :  $\vec{F}_1 = F_1 \cdot \vec{x}_0$ . On suppose que l'action mécanique exercée par la vache sur le chariot (1) est aussi un glisseur au point A de résultante :  $\vec{F}_{vache} = -F_p \cdot \vec{x}_0$ .
  - Bras supérieur (2) : de masse  $m_2$ , de centre d'inertie  $G_2$ , de repère lié  $R_2(A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_0)$  avec le chariot (1) tel que :  $\theta_2 = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ . Cette liaison est avec **frottement visqueux de coefficient  $f_{12}$** . Un vérin ( $V_5$ ), de masse négligeable, intercalé entre (1) et (2) exerce sur (2) un glisseur au point D de résultante :  $\vec{F}_5 = F_5 \cdot \vec{y}_5$ , tel que  $\vec{AD} = a_2 \cdot \vec{y}_2$ .  
On donne :  $\vec{AG}_2 = \frac{L_2}{2} \cdot \vec{y}_2$ .
- La matrice d'inertie du bras (2) est notée :  $I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$
- Bras intermédiaire (3) de masse  $m_3$ , de centre d'inertie  $G_3$ , de repère lié  $R_3(B, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x}_0)$  avec le bras supérieur (2) tel que  $\theta_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ . Cette liaison est avec **frottement visqueux de coefficient  $f_{23}$** . Un vérin ( $V_6$ ), de masse négligeable, intercalé entre (1) et (3) exerce sur (3) un glisseur au point E de résultante :  $\vec{F}_6 = F_6 \cdot \vec{y}_6$ , tel que  $\vec{BE} = -a_3 \cdot \vec{z}_3$  et  $\vec{AB} = L_2 \cdot \vec{y}_2$ .
- Dans la suite et indépendamment des résultats de la question 2, on prendra :

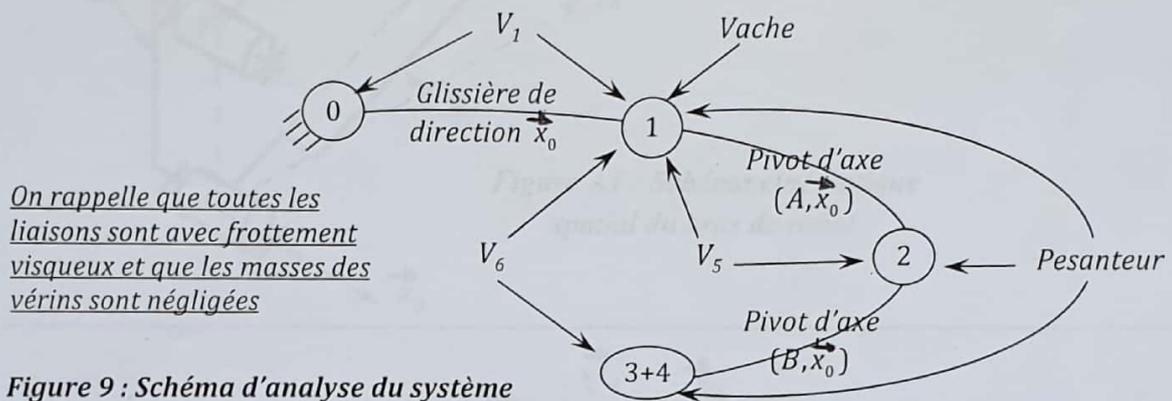
$$\bullet \vec{BG}_3 = -\frac{L_3}{2} \cdot \vec{z}_3 \quad \text{et} \quad I(B,3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & -D_3 \\ 0 & -D_3 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

- Tête de traite (4) de masse  $m_4$  et de centre d'inertie  $G_4$ . La tête (4) est encastrée sur le bras intermédiaire (3). On donne  $\vec{BC} = -L_3 \cdot \vec{z}_3$  et  $\vec{CG}_4 = -L_4 \cdot \vec{y}_3$ . La matrice d'inertie de (4) est notée :

$$I(G_4,4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

- Question 3 :**
- Déterminer le torseur cinétique, au point B, du bras (3) dans son mouvement / à  $R_0$ .
  - Déterminer la projection sur  $\vec{x}_0$  des éléments de réduction du torseur cinétique, au point B, de la tête (4) dans son mouvement / à  $R_0$ .

On donne le **schéma d'analyse** du système sur la **figure 9** suivante :



**Figure 9 : Schéma d'analyse du système**

Les lois de mouvement étant connues on désire dimensionner les vérins  $V_1$ ,  $V_5$  et  $V_6$  permettant de réaliser ces lois de mouvement.

**Question 4 :** Sans développer les termes dynamiques, écrire les équations permettant de déterminer les actions mécaniques des vérins :  $F_1$ ,  $F_5$  et  $F_6$ . Indiquer, clairement, le(s) système(s) à isoler, le(s) théorème(s) à utiliser.

**Question 5 :** En développant les termes dynamiques nécessaires, déterminer complètement  $F_1$  et  $F_6$  en fonction des données.

**Question 6 :** Pour déterminer  $F_5$  par le théorème de l'énergie cinétique, on demande d'isoler  $S = \{1, 2, 3+4\}$  et en suite trouver :

- La puissance développée par les actions extérieures exercées sur le système.
- La puissance développée par les actions intérieures au système.
- Déterminer l'expression de  $F_5$  en fonction de  $\frac{dT(S/R_0)}{dt}$  et des autres données.

**Nota :**  $T(S/R_0)$  = l'énergie cinétique du système S par rapport à  $S_0$ .

# DOCUMENT-ANNEXE 1

La figure suivante représente le schéma cinématique spatial du bras de robot de traite Astronaut A3. Le bras (3) et la tête de traite (4) constituent un même solide.

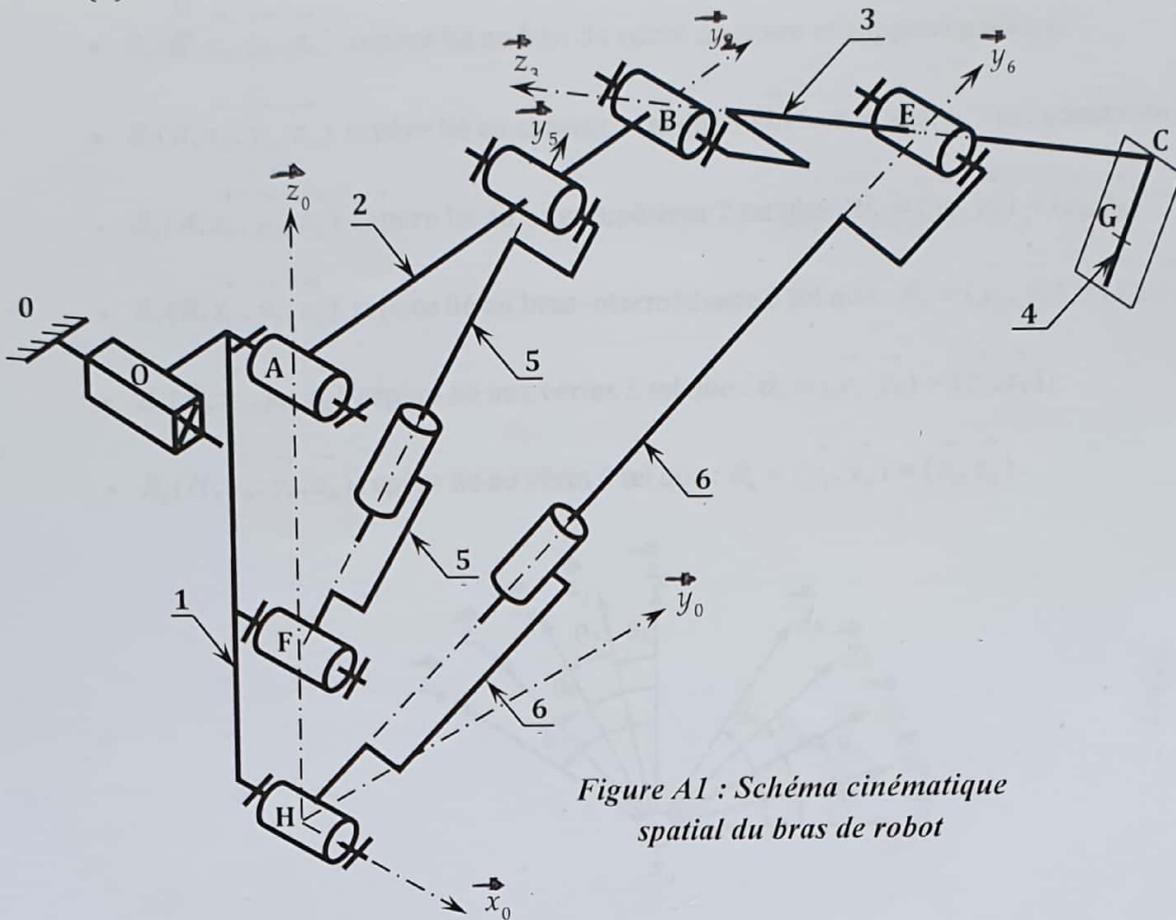


Figure A1 : Schéma cinématique spatial du bras de robot

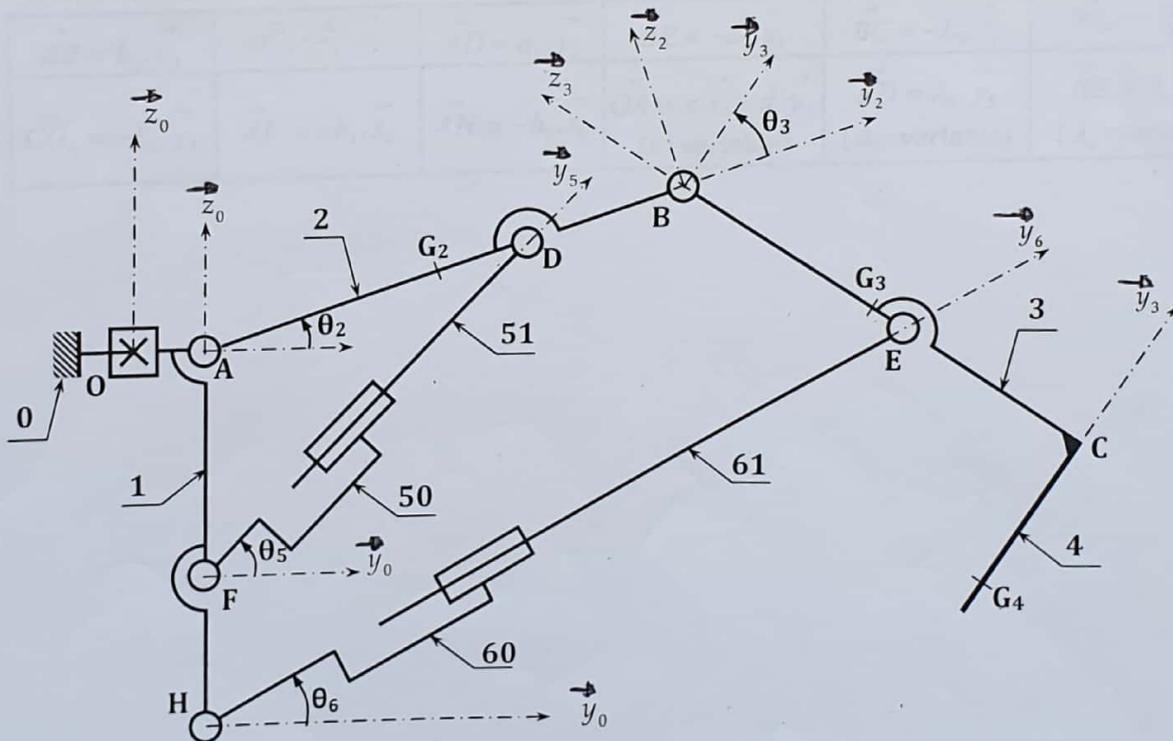
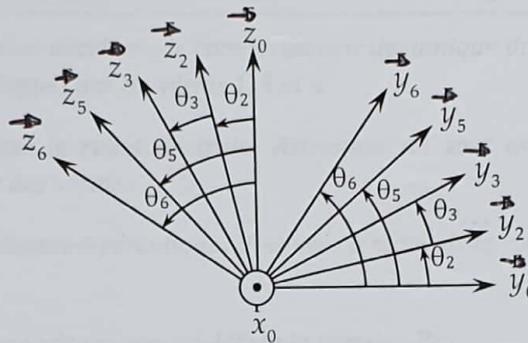


Figure A2 : Schéma cinématique plan du bras de robot

## DOCUMENT-ANNEXE 2

- $R_0(\overset{D}{\cancel{R}}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère lié au bâti du robot de traite et supposé galiléen.
- $R_1(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère lié au chariot 1 tel que :  $\vec{OA} = x \cdot \vec{x}_0 + d \cdot \vec{y}_0$  ( $d$  : constante).
- $R_2(A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  repère lié au bras supérieur 2 tel que :  $\theta_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$
- $R_3(B, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  repère lié au bras intermédiaire 3 tel que :  $\theta_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$
- $R_5(F, \vec{x}_0, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  repère lié aux vérins 5 tel que :  $\theta_5 = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = (\vec{z}_1, \vec{z}_5)$ ;
- $R_6(H, \vec{x}_0, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  repère lié au vérin 6 tel que :  $\theta_6 = (\vec{y}_1, \vec{y}_6) = (\vec{z}_1, \vec{z}_6)$ .



$\vec{AB} = L_2 \cdot \vec{y}_2$	$\vec{AG}_2 = \frac{L_2}{2} \cdot \vec{y}_2$	$\vec{AD} = a_2 \cdot \vec{y}_2$	$\vec{BE} = -a_3 \cdot \vec{z}_3$	$\vec{BC} = -L_3 \cdot \vec{z}_3$	$\vec{BG}_3 = -\frac{L_3}{2} \cdot \vec{z}_3$
$\vec{CG}_4 = -L_4 \cdot \vec{y}_3$	$\vec{AF} = -h_5 \cdot \vec{z}_0$	$\vec{AH} = -h_6 \cdot \vec{z}_0$	$\vec{OA} = x \cdot \vec{x}_0 + d \cdot \vec{y}_0$ ( $x$ : variable)	$\vec{FD} = \lambda_5 \cdot \vec{y}_5$ ( $\lambda_5$ : variable)	$\vec{HE} = \lambda_6 \cdot \vec{y}_6$ ( $\lambda_6$ : variable)

**Etude de la fonction : « Réguler et asservir la position des organes de traite »**

L'étude s'intéresse à la synthèse de la loi de commande en asservissement et en régulation du chariot. Cette étude se justifie par la nécessité, d'une part d'asservir la position de la tête de traite lors des déplacements de la vache dans le box, et d'autre part, de rendre le fonctionnement du bras du robot de traite insensible aux perturbations extérieures.

Le cahier des charges partiel décrivant les performances associées au chariot 1 est le suivant :

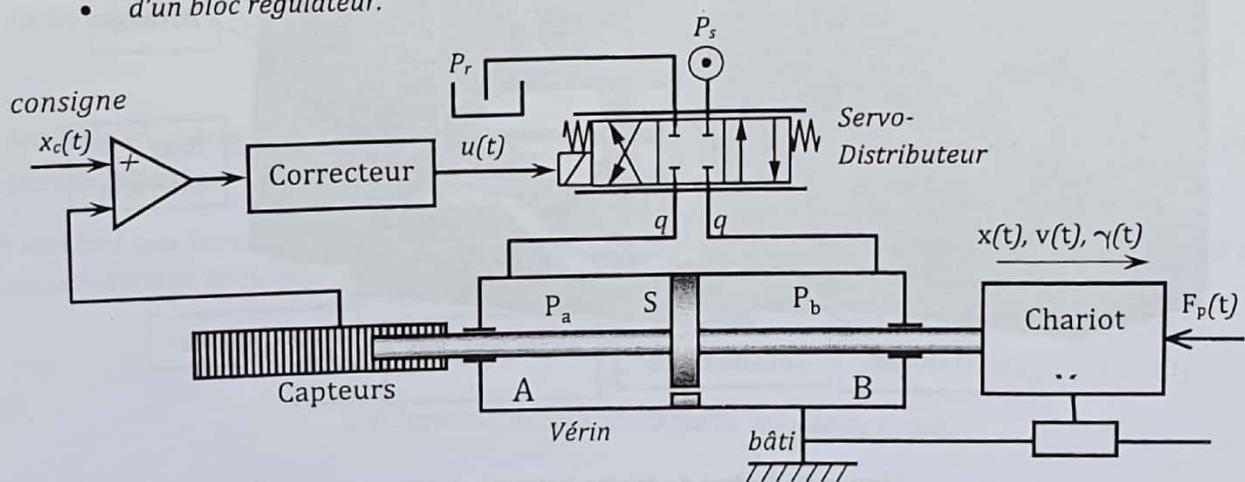
Fonction	Critères	Niveaux et éventuelles flexibilités
FT 135	<b>Axe N° 1 (translation du chariot 1 par rapport au bâti)</b>	
	Stabilité de l'axe	Marge de phase : $MP \geq 45^\circ$ .
	Amortissement de l'axe	Aucun dépassement transitoire permis.
	Précision de positionnement de l'axe	- Insensibilité à une perturbation impulsion. - Ecart statique (écart en régime permanent suite à un échelon de position) nul.
	Rapidité de l'axe	Pulsation de coupure à 0dB (ou de gain unité): $\omega_{c0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$

Le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite Astronaut A3 fait apparaître les efforts développés par les vérins 1, 5 et 6.

Les différents vérins implantés sur le robot de traite Astronaut A3 sont dotés d'un système électro-hydraulique dédié à la commande des vérins.

Chacune des différentes chaînes électro-hydrauliques destinées à mouvoir le robot de traite Astronaut A3 est constituée (voir **figure 1**) :

- d'une alimentation hydraulique qui délivre la pression  $P_s$  ;
- d'un servo-distributeur ;
- d'un vérin hydraulique linéaire ;
- de capteurs ;
- d'un bloc régulateur.



**Figure 1 : Description de la structure de la chaîne électro-hydraulique**

Le tableau suivant décrit les différentes grandeurs introduites dans la structure de commande :

$x_c(t)$	Consigne de position
$x(t), v(t), \gamma(t)$	Position, vitesse et accélération du chariot
$u(t)$	Tension de commande du servo-distributeur
$q(t)$	Débit circulant dans le circuit hydraulique
$P_a(t), P_b(t)$	Pressions dans les chambres A et B du vérin
S	Section utile du piston
$M_{\text{éq}}$	Masse équivalente de l'ensemble embarquée par le chariot
$P_s, P_r$	Pressions de service et de refoulement
$F_p(t)$	Effort appliqué par la vache.

**1. Modélisation du système électro-hydraulique**

Dans l'optique de synthétiser les lois de commande destinées à la commande du robot de traite Astronaut A3, il est nécessaire de construire un modèle linéaire décrivant le comportement du système électro-hydraulique.

L'étude est menée pour le chariot 1 (Axe 1). Les études des deux autres axes sont similaires.

**Hypothèses :**

- L'huile est compressible de module de compressibilité  $\beta$  ;
- Le vérin et le servo-distributeur sont supposés symétriques ;
- La transmittance du servo-distributeur est supposée réduite à un gain  $K_D$  :

$$q(t) = K_D \cdot u(t) \quad (1)$$

- Les deux chambres du vérin sont reliées par une canalisation de petite section laissant s'échapper une part de débit égale à  $q_{\text{fuite}}(t) = \lambda(P_a(t) - P_b(t))$  (2),  $\lambda$  étant un paramètre constant.

En écrivant que les variations des volumes dans les chambres A et B sont dues, au débit du fluide, à la compressibilité de ce dernier et à la fuite entre les deux chambres, l'expression du débit  $q(t)$  s'écrit :

$$q(t) = S \cdot v(t) + \frac{\sigma}{2\beta} \cdot \frac{d\Delta P(t)}{dt} + \lambda \Delta P(t) \quad \text{avec : } \Delta P(t) = P_a - P_b \quad (3)$$

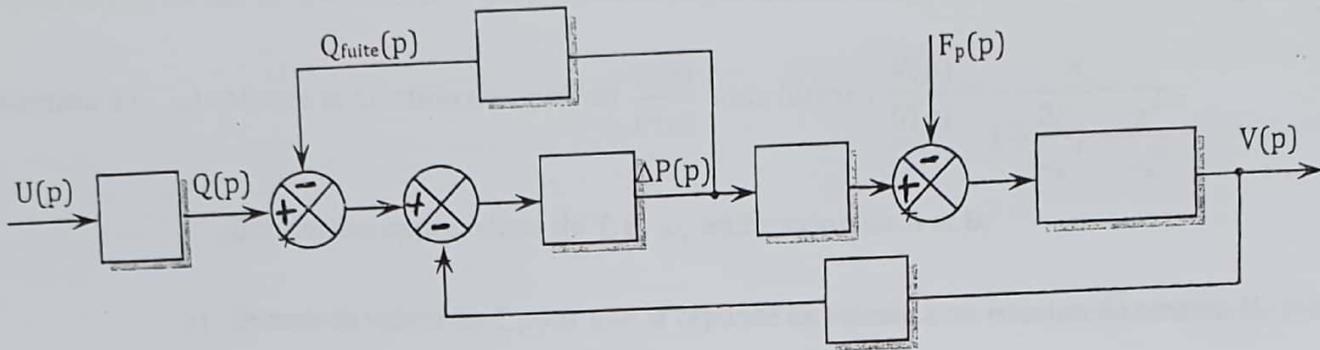
$\sigma$  : constante caractéristique du volume du fluide.

L'équation mécanique linéarisée relative à l'axe 1 est telle que :

$$M_{\text{éq}} \frac{dv(t)}{dt} = S \cdot \Delta P(t) - f \cdot v(t) - F_p(t) \quad (4)$$

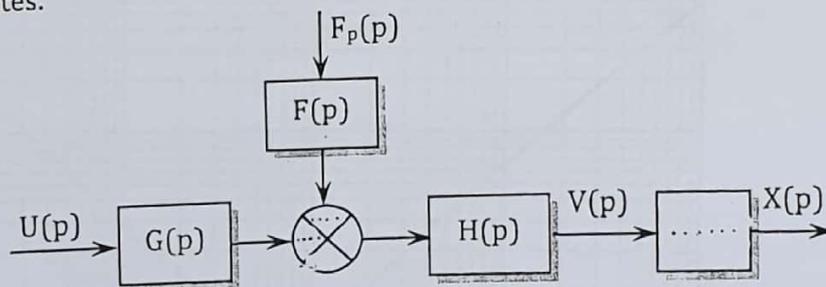
$f$  : coefficient de frottement visqueux équivalent.

**Question 1 :** En supposant les conditions initiales nulles, écrire les équations (1), (2), (3) et (4) dans le domaine de Laplace, puis recopier et compléter le schéma-blocs de la **figure 2**.



**Figure 2 :** Schéma-blocs de l'ensemble « vérin + charge »

- Question 2 :**
- a) Ecrire la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{U(p)}$  pour  $F_p(p)=0$  sous la forme  $\frac{K_u}{1+Ap+Bp^2}$  où les termes A, B et  $K_u$  seront explicités.
  - b) Ecrire la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{F_p(p)}$  pour  $U(p)=0$  sous la forme  $\frac{K_f(1+\tau p)}{1+Ap+Bp^2}$  où les termes  $\tau$  et  $K_f$  seront explicités.
  - c) Montrer que le modèle complet associé à l'axe  $\bar{x}_0$  peut se mettre sous la forme du schéma-blocs donné **figure 3** où les transmittances  $F(p)$ ,  $G(p)$  et  $H(p)$  seront explicités.



**Figure 3 :** Schéma-blocs associé au modèle de comportement dynamique du chariot 1

**2. Vérification de l'aptitude de la commande en chaîne directe à satisfaire les spécifications du Cahier de charges**

Dans cette partie on cherche à vérifier la possibilité de synthétiser les paramètres de la commande en chaîne directe en vue de la satisfaction des critères de performances spécifiés par le cahier de charges.

Question 3 : a) Mettre la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{U(p)}$  sous forme :  $\frac{V(p)}{U(p)} = \frac{K_u}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$ ,

Donner les expressions de  $\xi$  et  $\omega_n$  en fonction de A et B.

- b) Donner la valeur de  $\xi$  pour que la réponse en vitesse à un échelon de tension  $U_0$  soit la plus rapide possible sans qu'il y ait dépassement
- c) En faisant usage de l'abaque de la **figure 4**, déterminer la valeur de  $\omega_n$  donnant un temps de réponse à 5% égal à 0,5 s.
- d) Déterminer la valeur du gain  $K_u$  assurant une vitesse en régime permanent de 50 m/s pour un échelon de tension  $U_0 = 10$  V en l'absence de la perturbation.
- e) En l'absence de la tension  $U(p)$ , déterminer la position en régime permanent  $x(\infty)$  du chariot 1 suite à une perturbation impulsion de Dirac :  $F_p(t) = \delta(t)$  en fonction de  $K_r$ .
- f) Conclure quant la capacité de la commande en chaîne directe à satisfaire l'exigence du cahier de charges en termes de sensibilité à la perturbation.

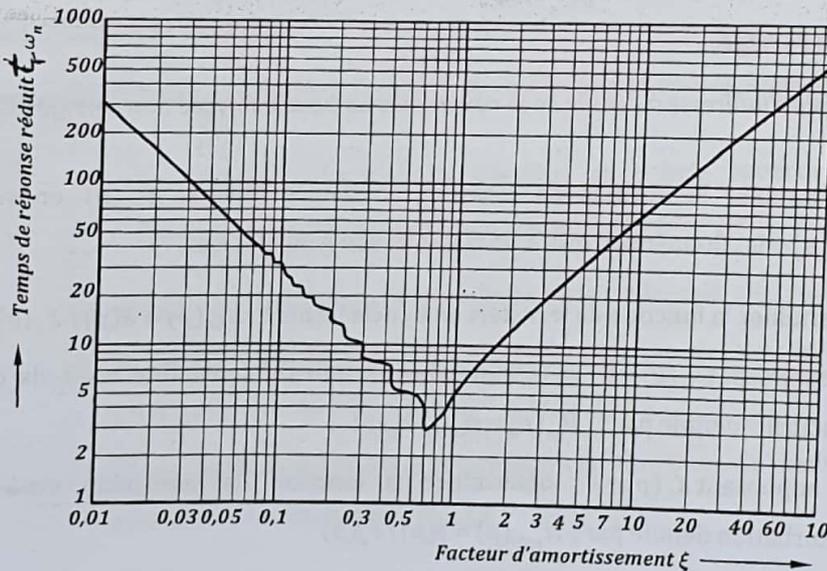


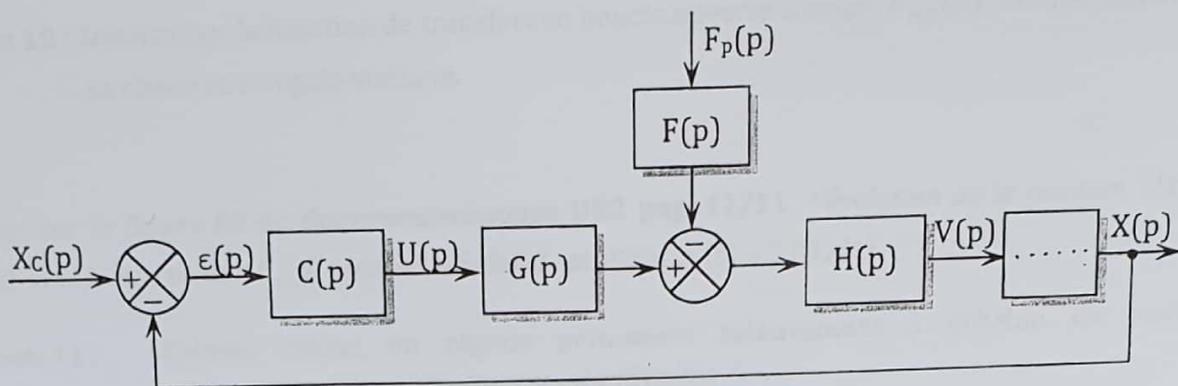
Figure 4 : Abaque du temps de réponse à 5% du système de second ordre canonique

**3. Synthèse de la loi de commande dédiée à l'asservissement et à la régulation de la position du chariot 1**

L'architecture de commande retenue pour la synthèse de la loi de commande appliquée au chariot 1 est décrite figure 5.

La position  $x(t)$  est mesurée par un capteur de position supposé de gain unité.

On introduit un étage correcteur de transmittance  $C(p)$  dans la boucle juste après le comparateur.



**Figure 5 : Architecture de commande retenue**

Indépendamment des résultats des questions précédentes, on prendra dans la suite :

$$G(p) = 5, \quad H(p) = \frac{1}{(1 + 0,1.p)^2} \quad \text{et} \quad F_p(p) = 2(1 + 0,2p).$$

**3.1. Système asservi non corrigé**

La première étude proposée s'intéresse à l'étude de la commande en boucle fermée non corrigé :  $C(p) = 1$ .

**Question 4 :**

- a) Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p)$  en supposant  $F_p(p) = 0$ . donner son ordre, sa classe et son gain statique.
- b) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée :  $H_{bf}(p) = X(p) / X_c(p)$ .
- c) En supposant  $F_p(p) = 0$ , déterminer la fonction de sensibilité vis-à-vis de l'entrée principale définie par :  $H_{xc}(p) = \epsilon(p) / X_c(p)$ .
- d) En supposant  $X_c(p) = 0$ , déterminer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation définie par :  $H_{préc}(p) = \epsilon(p) / F_p(p)$

**Question 5 :**

- a) Donner l'écart en régime permanent dû à une entrée échelon de position :  $x_c(t) = 0,01.u(t)$  avec  $u(t)$  la fonction d'Heaviside (ou échelon unitaire).
- b) Déterminer l'écart en régime permanent dû à une perturbation de type impulsion de Dirac :  $F_p(t) = \delta(t)$ .
- c) Conclure quant à la capacité de la commande bouclée non corrigée à respecter les spécifications du cahier de charges en termes de précision.

**3.3 Correction à actions proportionnelle et dérivée**

La seconde étude proposée s'intéresse à la correction à actions proportionnelle-dérivée défini par :

$$C(p) = C_2(p) = 1,65 \cdot \frac{1 + 0,24 \cdot p}{1 + 0,04 \cdot p}$$

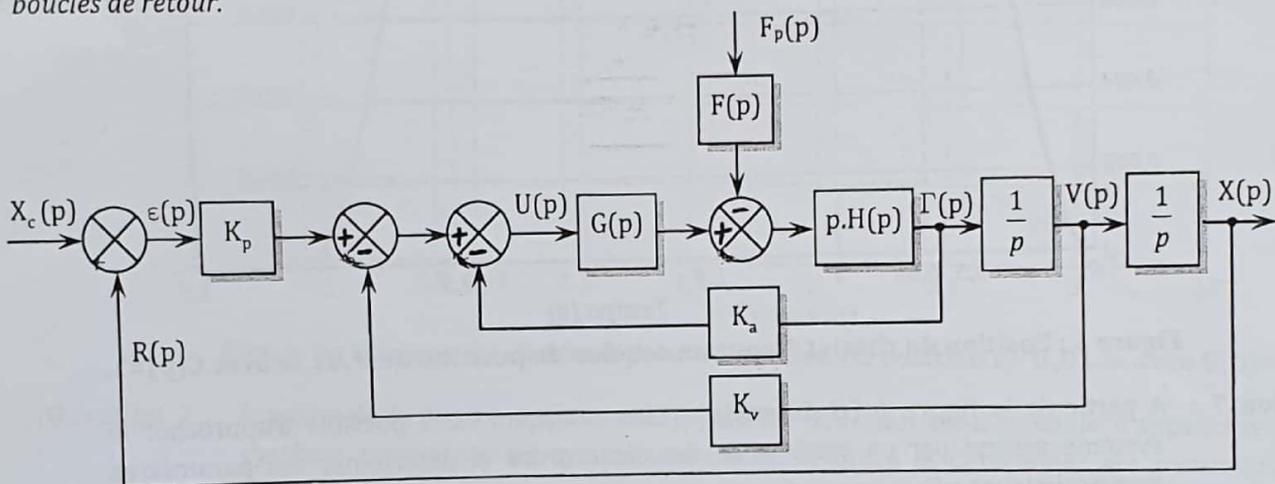
**Question 9 :** Sur la **figure R2** du **document-réponse DR2 (à rendre)**, tracer les diagrammes asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de Bode du correcteur  $C_2(p)$ .

**Question 10 :** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte corrigé  $H_{B02}(p)$ , donner son ordre, sa classe et son gain statique.

On donne, sur la **figure R3** du **document-réponse DR2 page 11/11**, l'évolution de la position  $x(t)$  du chariot 1 avec le correcteur  $C_2(p)$  pour un échelon de position  $x_c(t) = 0,01 \cdot u(t)$

**Question 11 :** Relever l'écart en régime permanent relativement à échelon de position  $x_c(t) = 0,01 \cdot u(t)$ , ce résultat est-il prévisible ?

Pour obtenir une arrivée en position sans dépassement de la tête de traite, il est nécessaire d'introduire un retour en vitesse et un retour en accélération. La **figure 16** décrit la structure de commande avec trois boucles de retour.



**Figure 7 : Schéma bloc associé à la commande avec trois boucles de retour**

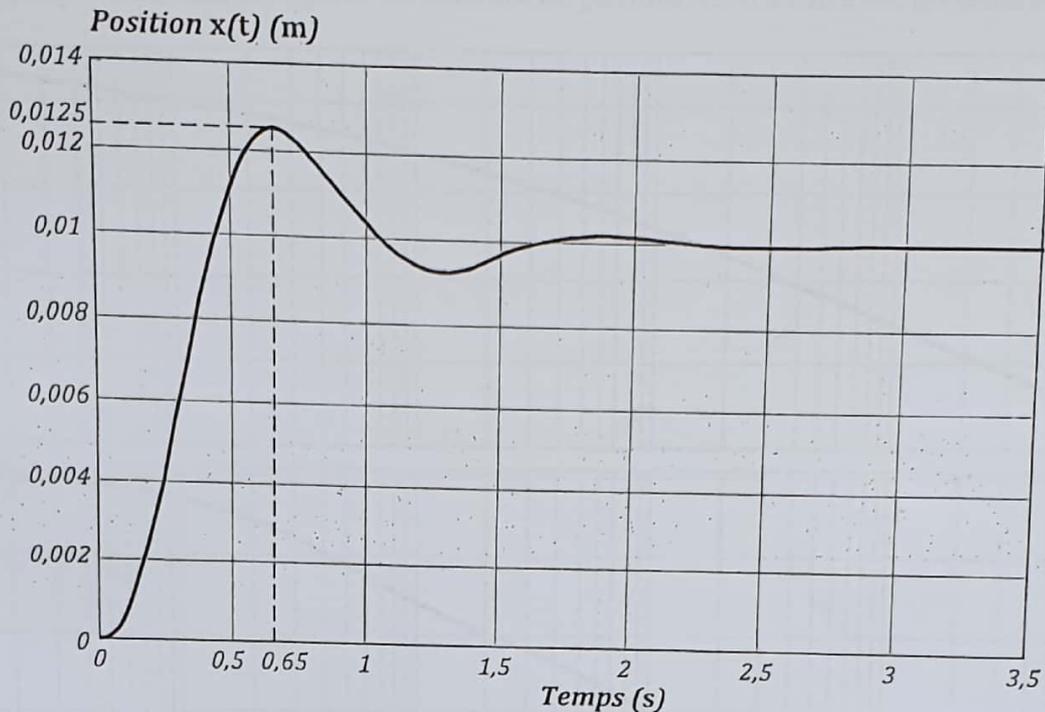
Ces deux boucles supplémentaires permettent d'inverser la tension de commande suffisamment tôt assurant une arrivée dans la position désirée sans dépassement.

À l'aide de cette architecture de commande présentée ci-dessus où les gains  $K_a$ ,  $K_v$  et  $K_p$  valent respectivement  $2 \text{ V}/(\text{m/s}^2)$ ,  $88 \text{ V}/(\text{m/s})$  et  $900 \text{ V/m}$ , le comportement en position du chariot 1 est décrit par la **figure 8** pour un échelon de position de  $0,01 \text{ m}$ . Le lieu de réponse en fréquence de Bode de la nouvelle boucle ouverte est donné sur la **figure 9**

On donne sur :

- la figure R1 du document-réponse DR1 page 10/11 le lieu en fréquence de Bode de  $H_{B0}(p)$ .
- la figure 6 (ci-dessous), la position  $x(t)$  du chariot 1 pour l'échelon :  $x_c(t) = 0,01.u(t)$ .

- Question 6 :**
- a) Sur la figure R1 du document-réponse DR1 (à rendre), placer et relever :
    - la pulsation  $\omega_{c0}$  de coupure à 0dB.
    - les marges de gain et de phase.
  - b) La commande bouclée non corrigée permet-elle de respecter les critères du cahier de charges relatifs à la rapidité, à la stabilité et l'amortissement de l'axe ?



**Figure 6 :** Position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec  $C(p)=1$ .

- Question 7 :** A partir de la figure 6 (ci-dessus), justifier pourquoi est-il possible d'approcher le système asservi par un système de deuxième ordre et déterminer ses paramètres caractéristiques :  $K_{BF}$ ,  $\omega_{nBF}$  et  $\xi_{BF}$ .

### 3.2. Correction à action proportionnelle

On s'intéresse, maintenant, à la synthèse d'un correcteur à action proportionnelle défini par :  $C(p) = K_c$ .

- Question 8 :**
- a) A partir de la figure R1 du document-réponse DR1, déterminer la valeur  $K_{c1}$  de  $K_c$  permettant de respecter la spécification de rapidité exigé par le CdCF.
  - b) Tracer sur la figure R1 du document-réponse DR1 les diagrammes de gain et de phase du système corrigé par  $K_{c1}$ .
  - c) Relever les nouvelles valeurs des marges de gain et de phase.
  - d) Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur à action proportionnelle ? Commenter.

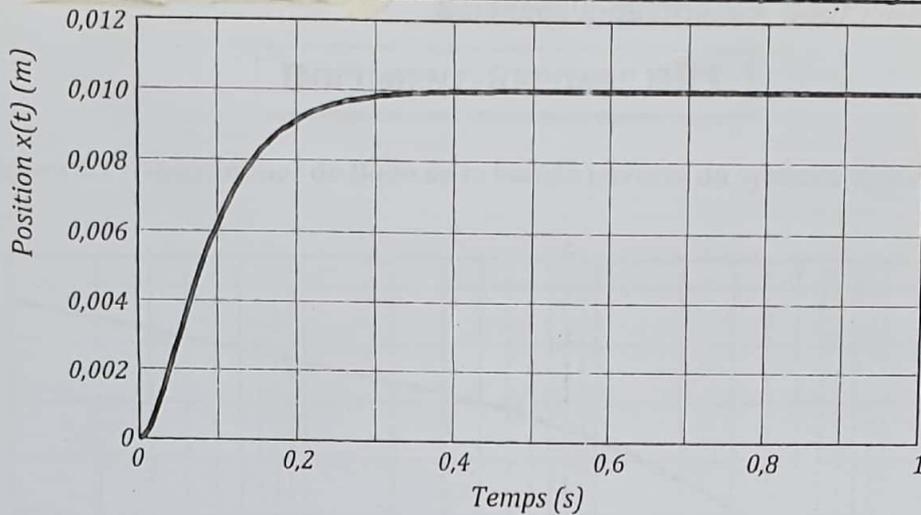


Figure 8 : La position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec les trois boucles.

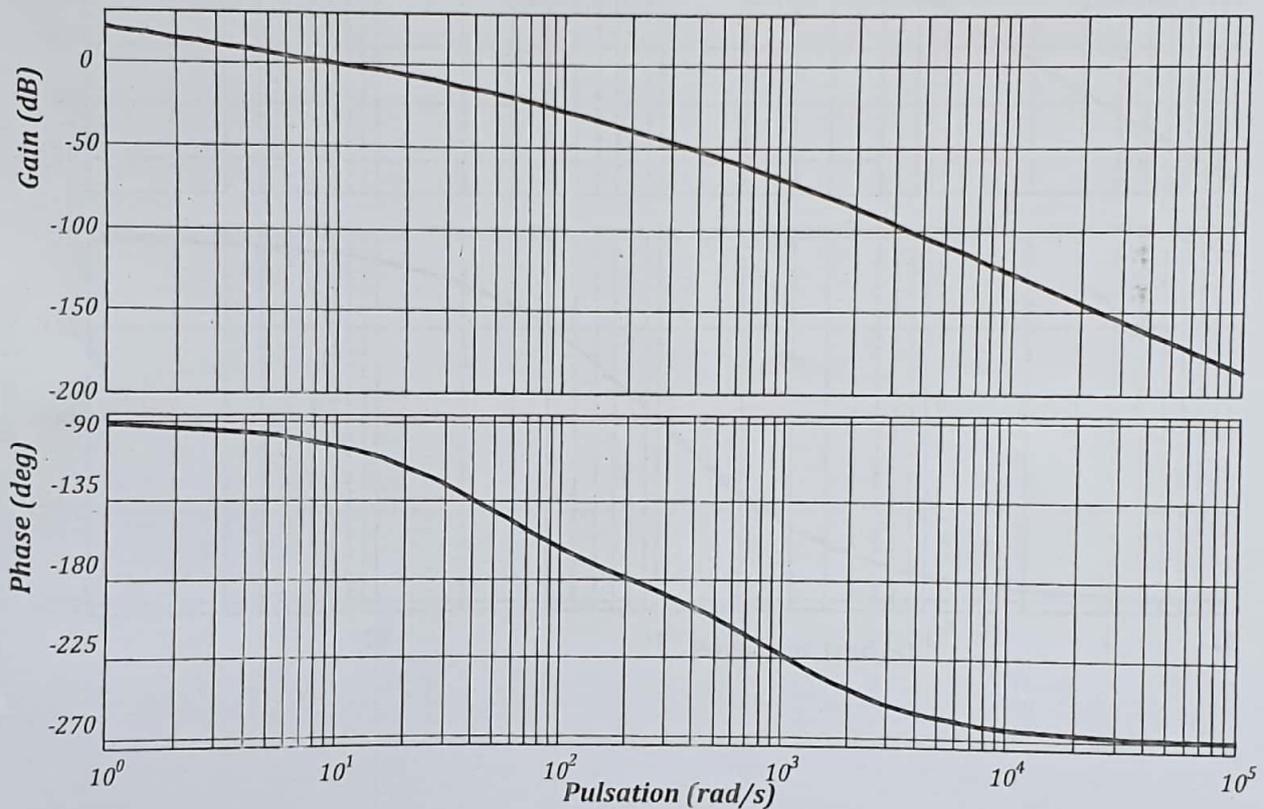


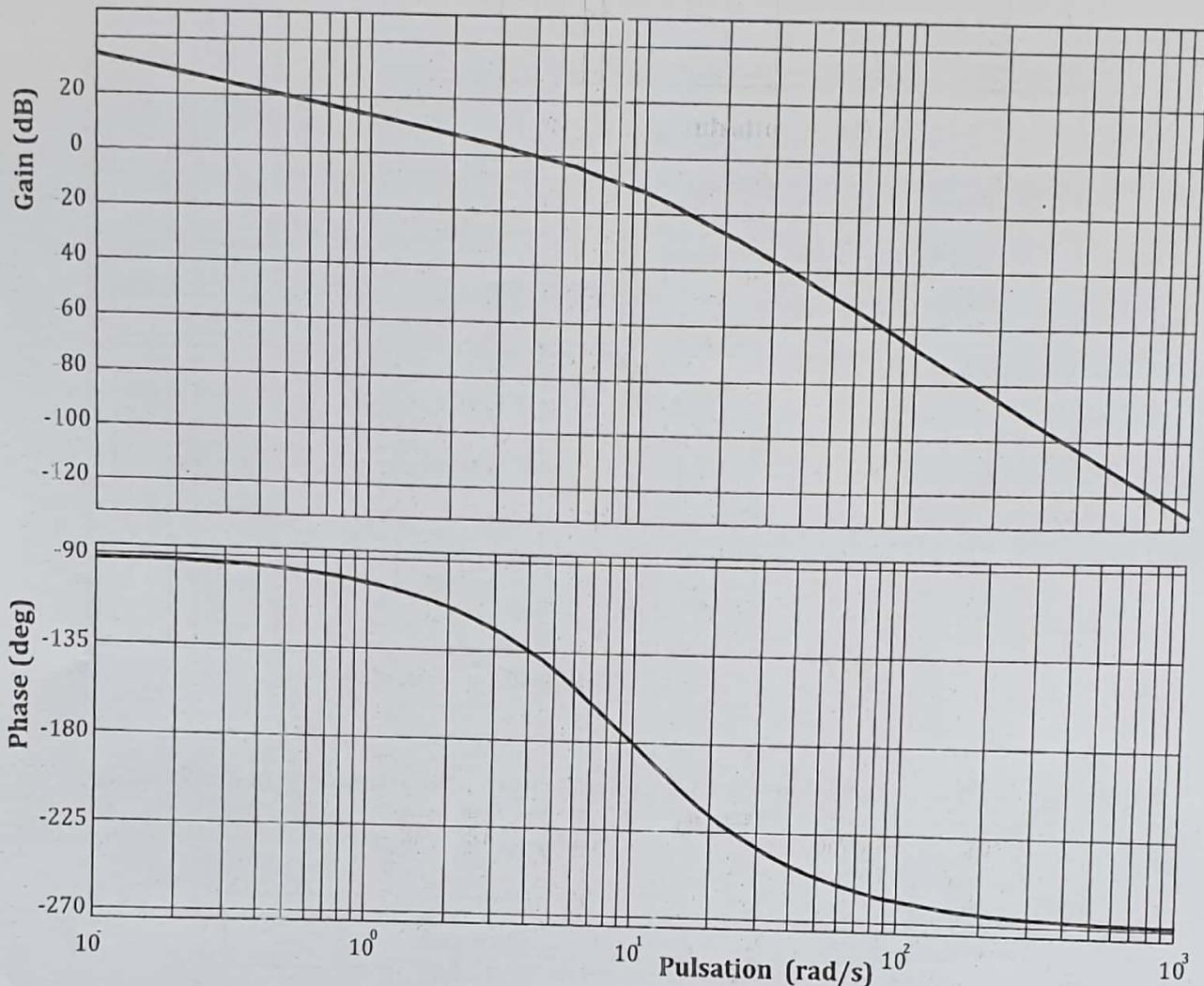
Figure 9 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte avec les deux boucles supplémentaires.

- Question 12 : a) Relever sur le diagramme de Bode de la **figure 9**, puis donner sur votre copie la pulsation  $\omega_{c0}$  de coupure à 0dB ainsi que les marges de gain et de phase.
- b) Cette commande permet- elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ? Commenter.

Fin de l'énoncé....

DOCUMENT-REPOSE DR1

Figure R1 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte du système asservi non corrig



MP / PSI

16

DOCUMENT-REPONSE DR2



Figure R2 : Diagrammes de Bode du correcteur à actions proportionnelle et dérivée  $C_2(p)$

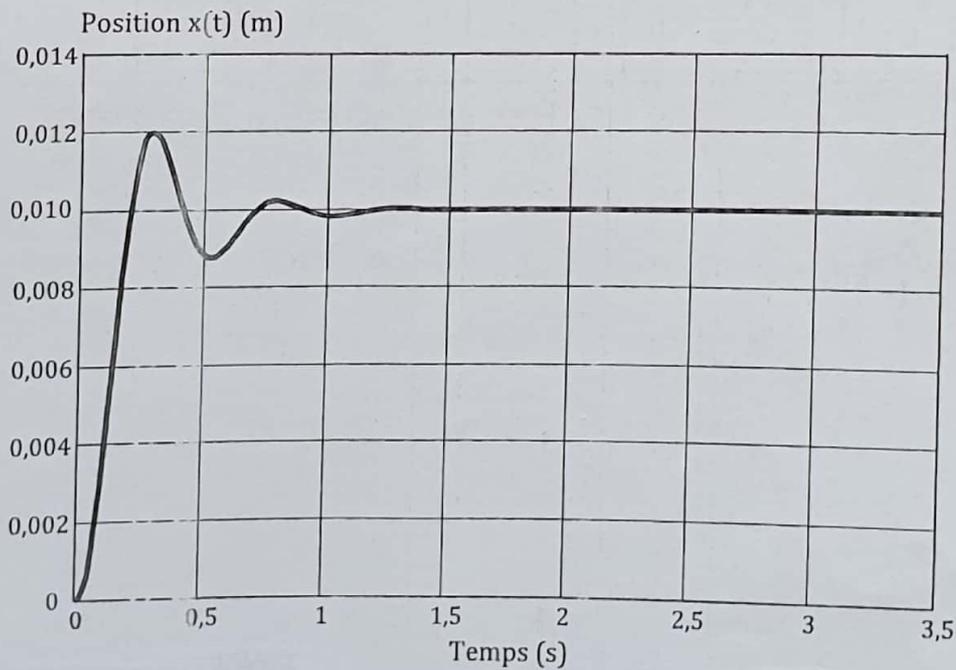


Figure R3 : Position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec le correcteur  $C_2(p)$